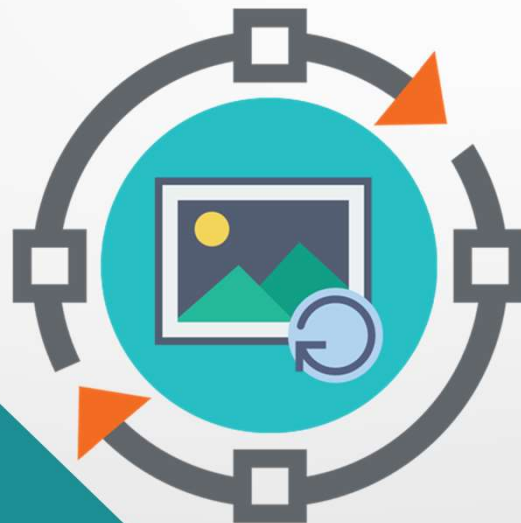




Επεξεργασία Εικόνας & Βίντεο

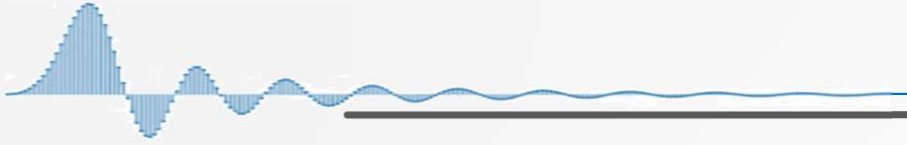
07. Κατάτμηση με
Ανίχνευση Ακμών

Εισηγητής: Νικόλαος Γιαννακέας
Επίκουρος Καθηγητής, Σημάτων & Συστημάτων



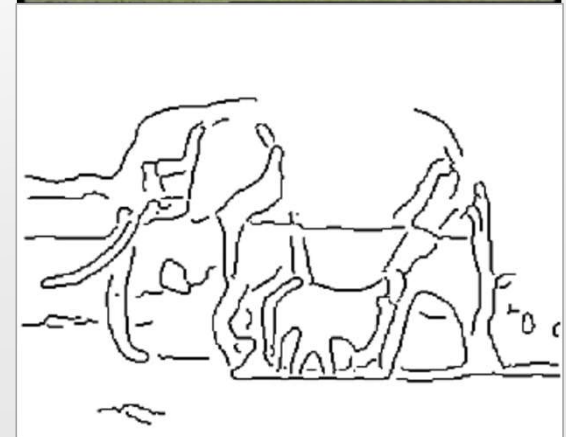
- Εισαγωγή στις Ακμές τις εικόνας
- Εντοπισμός Ακμών με χρήση 1^{ης} Παραγώγου
- Εντοπισμός Ακμών με χρήση 2^{ης} Παραγώγου
- Βελτιώσεις Εντοπισμού ακμών με Παραγώγους
- Αλγόριθμος του Canny
- Ενεργά Περιγράμματα

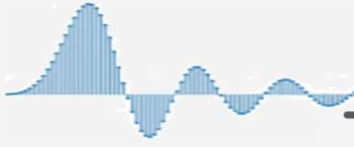
Περιεχόμενα
Παρουσίασης



Ακμές τις Εικόνας

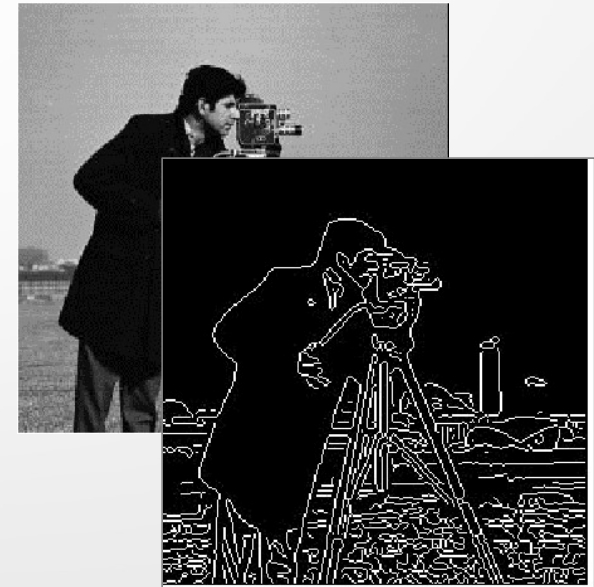
- Οι ακμές αντιστοιχούν σε **απότομες αλλαγές φωτεινότητας** μιας εικόνας. Είδη ακμών:
 - από περιγράμματα αντικειμένων
 - από μοτίβα
 - από σκιές
- Ορισμένες ακμές διευκολύνουν την αναγνώριση των αντικειμένων ενώ άλλες τη δυσχεραίνουν
- Οι ακμές χρησιμοποιούνται για τον **καθορισμό περιγραμμάτων** και την **κατάτμηση της εικόνας**

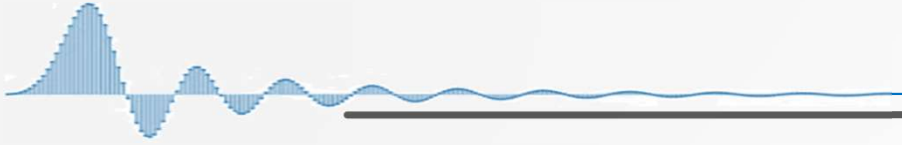




Αξιοποίηση και Ανίχνευση ακμών

- Η διαδικασία ταυτοποίησης απότομων ασυνεχειών σε μια εικόνα
- **Ασυνέχειες:** απότομες αλλαγές στην ένταση των εικονοστοιχείων που διαφαίνονται στα όρια των αντικειμένων σε μια σκηνή
- Σάρωση της εικόνας με ένα 2D φίλτρο - τελεστή συγκεκριμένης γεωμετρίας, η οποία είναι πιο ευαίσθητη σε αντίστοιχου γεωμετρικού τύπου ασυνέχειες



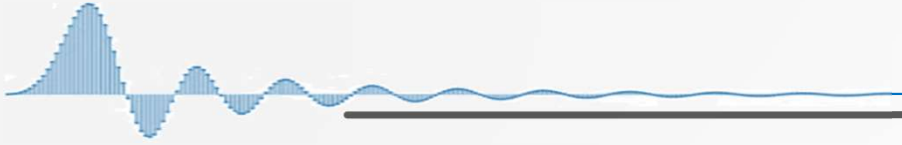


Αξιοποίηση και Ανίχνευση ακμών

1. Εφαρμογή στην Βελτίωση Εικόνας

- Πολλές φορές μια εικόνας έχει εξομαλυμένη υφή είτε από την απόκτηση, είτε την ψηφιοποίηση της, είτε από τον αλγόριθμό συμπίεσης της
- Μέθοδοι τόνωσης των ακμών χρησιμοποιούνται για να αποκαταστήσουν τη λεπτομέρεια μιας εικόνας που έχει χαθεί από τους ανωτέρω λόγους



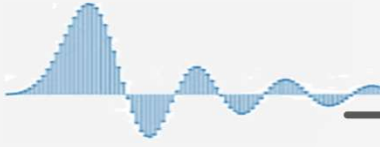


Αξιοποίηση και Ανίχνευση ακμών

2. Εφαρμογή στην Κατάτμηση Εικόνας

- Οι ακμές αναπαριστούν τα όρια (περιγράμματα) αντικειμένων τις εικόνας και συνεπώς η ανίχνευσή τους **ισοδυναμεί με την ανίχνευση των ίδιων των αντικειμένων** (=κατάτμηση)
- Η χρήση των ακμών **ελαττώνει σημαντικά τον όγκο των δεδομένων** και απαλείφει άχρηστη πληροφορία διατηρώντας σημαντικές δομικές ιδιότητες της εικόνας





Αξιοποίηση και Ανίχνευση ακμών Φίλτρα Εξομάλυνσης vs. Τόνωσης

Ανάλογα με τα βάρη, τα φίλτρα επιτυγχάνουν διαφορετικό αποτέλεσμα σε μια εικόνα

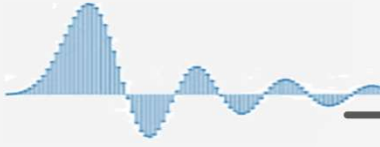
Φίλτρα Εξομάλυνσης (Smoothing)

- χρησιμοποιείται για **θόλωμα της εικόνας** και **ελάττωση του θορύβου**
- το θόλωμα της εικόνας χρησιμοποιείται στο στάδιο της προεπεξεργασίας με σκοπό την απαλειφή λεπτομέρειας από την εικόνα πριν την εξαγωγή αντικειμένων
- την γεφύρωση μικρών κενών σε γραμμές ή ακμές της εικόνας

Φίλτρα Τόνωσης (Sharpening)

- χρησιμοποιείται για **τόνωση των ακμών** των αντικειμένων
- Η τόνωση των ακμών καθιστά πιο ευδιάκριτα τα αντικείμενα με αποτέλεσμα να μπορούν να εντοπιστούν τα αντικείμενα με μεγαλύτερη ευκολία από τις μεθόδους κατάτμησης*
- Συνήθως είναι μάσκες οι οποίες προκαλούν την παραγωγή (1^η ή 2^η Παράγωγο) της εικόνας)

**Γι αυτό θα τα μελετήσουμε στις μεθόδους κατάτμησης*



Αξιοποίηση και Ανίχνευση ακμών

Μαθηματικές Πράξεις Φίλτρων

- Πράξη Συνέλιξης

x_1	x_2	x_3	*	a	b	c
x_4	x_5	x_6		d	e	f
x_7	x_8	x_9		g	h	i

Μαθηματικός τύπος Συνέλιξης

$$g(x, y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t) f(x-s, y-t)$$

$$x'_5 = x_1 a + x_2 b + x_3 c + x_4 d + x_5 e + x_6 f + x_7 g + x_8 h + x_9 i$$

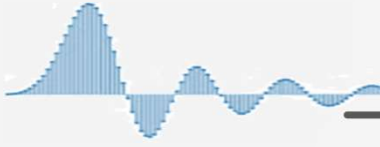
- Πράξη Συσχέτισης

x_1	x_2	x_3	⊗	a	b	c
x_4	x_5	x_6		d	e	f
x_7	x_8	x_9		g	h	i

Μαθηματικός τύπος Συσχέτισης

$$g(x, y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t) f(x+s, y+t)$$

$$x'_5 = x_1 i + x_2 h + x_3 g + x_4 f + x_5 e + x_6 d + x_7 c + x_8 b + x_9 a$$

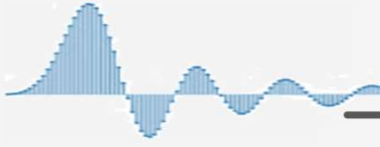


Αξιοποίηση και Ανίχνευση ακμών

Φίλτρα Εξομάλυνσης vs. Τόνωσης

Identity	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	
Edge detection	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	
	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	
	$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$	

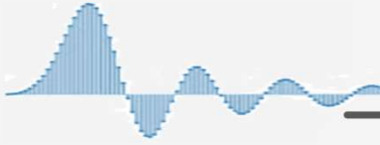
Sharpen	$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$	
Box blur (normalized)	$\frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	
Gaussian blur (approximation)	$\frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	



Ανίχνευση Ακμών με Παραγωγή Εισαγωγή

Γεωμετρική ερμηνεία παραγώγων

- 1^η Παράγωγος f' : είναι η κλίση της γραφικής παράστασης της f σε κάθε σημείο. Όσο πιο απότομα μεταβάλλεται η f τόσο μεγαλύτερη είναι η f'
 - Θετική f' : τότε η f αύξουσα
 - Αρνητική f' : τότε η f φθίνουσα
 - Μηδέν f' : στα τοπικά μέγιστα και ελάχιστα της f
- 2^η Παράγωγος f'' : Υποδηλώνει αν ο ρυθμός που μεταβάλλεται η f είναι αυξανόμενος ή μειούμενος
 - Θετική f'' = τότε η f «στρέφει τα κοίλα» προς τα πάνω (αυξανόμενος ρυθμός)
 - Αρνητική f'' = τότε η f «στρέφει τα κοίλα» προς τα κάτω (αυξανόμενος ρυθμός)
 - Μηδέν f'' : στα σαγματικά σημεία της f (εκεί που αλλάζει προς τα πού στρέφει τα κοίλα)

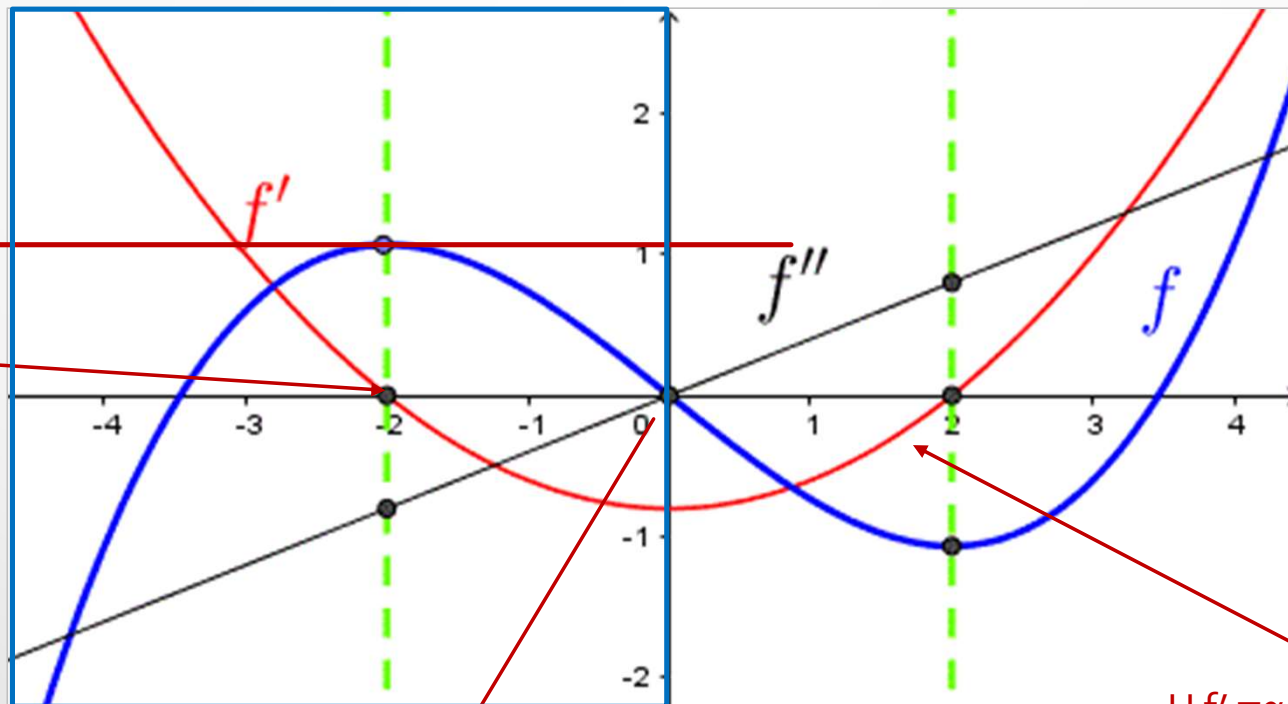


Ανίχνευση Ακμών με Παραγωγή Εισαγωγή

Η f στρέφει κοίλα άνω,
άρα f'' αρνητική

Στο σημείο -2 η f
μηδενική κλίση

Άρα η f' τιμή
μηδέν

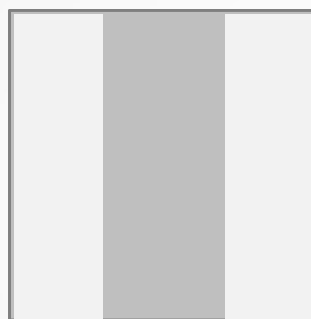
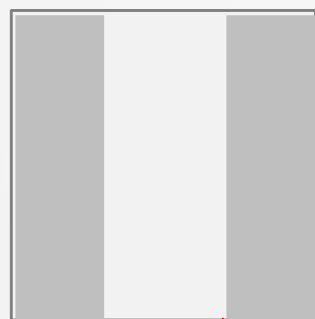


Σαγματικό σημείο της
 f , άρα η f'' τιμή μηδέν

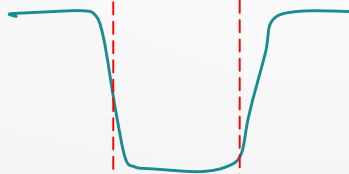
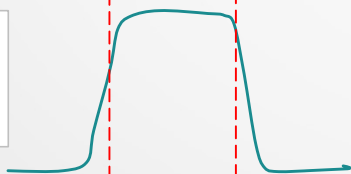
Η f' παραβολή, άρα η f''
ευθεία



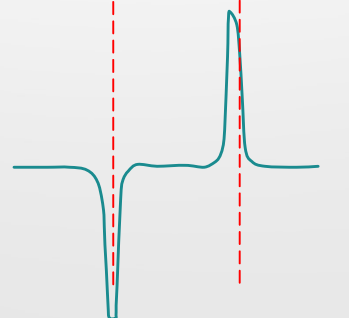
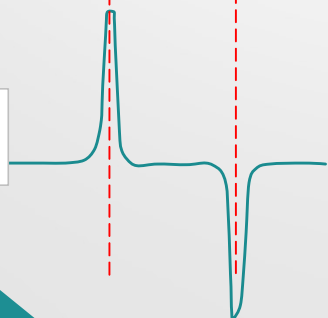
Ανίχνευση Ακμών με Παραγωγή Εισαγωγή



Προβολή της εικόνας
στην οριζόντια
διεύθυνση



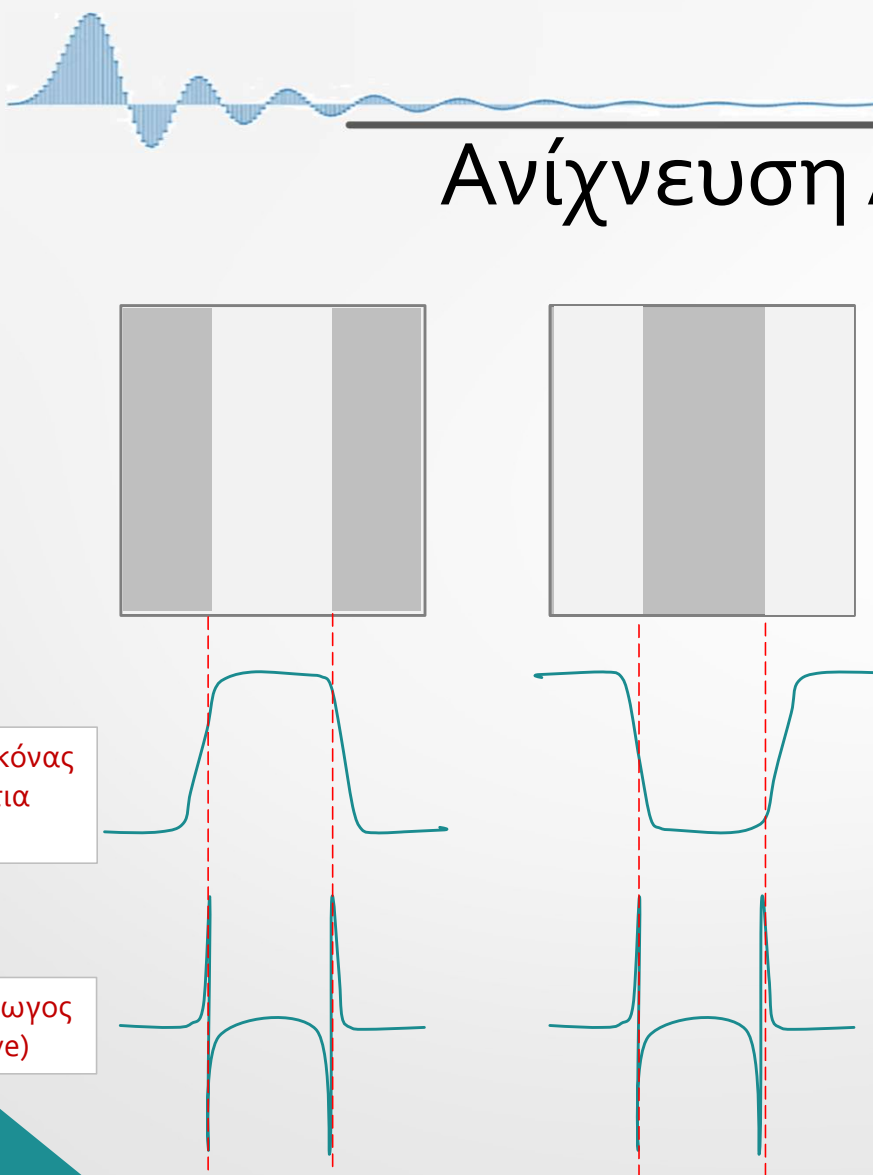
Πρώτη Παράγωγος
(1st Derivative)



- Αντίστοιχα με τις συναρτήσεις μιας ανεξάρτητης μεταβλητής (x) στην εικόνα, στις **συναρτήσεις δύο ανεξάρτητων μεταβλητών** (x, y) (όπως οι εικόνες):
- οι παράγωγοί εμφανίζουν τα σημεία με **μεγάλο ρυθμό μεταβολής** της φωτεινότητας
- Εξαρτάται όμως και από την **διεύθυνση** προς την οποία αλλάζει έντονα η φωτεινότητα



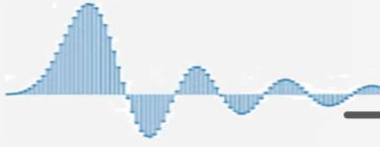
Ανίχνευση Ακμών με Παραγωγή Εισαγωγή



Προβολή της εικόνας
στην οριζόντια
διεύθυνση

Δεύτερη Παράγωγος
(2nd Derivative)

- Αντίστοιχα με τις συναρτήσεις μιας ανεξάρτητης μεταβλητής (x) στην εικόνα, στις **συναρτήσεις δύο ανεξάρτητων μεταβλητών** (x, y) (όπως οι εικόνες):
- οι παράγωγοί εμφανίζουν τα σημεία με **μεγάλο ρυθμό μεταβολής** της φωτεινότητας
- Εξαρτάται όμως και από την **διεύθυνση** προς την οποία αλλάζει έντονα η φωτεινότητα



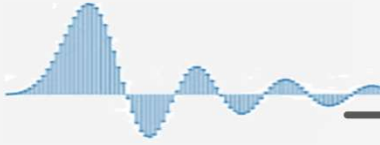
Ανίχνευση Ακμών με Παραγωγή 1^η Παράγωγος

- Η ένταση της απόκρισης ενός τελεστή παραγωγής είναι ανάλογη του **βαθμού της ασυνέχειας** της εικόνας, στο σημείο που εφαρμόζεται ο τελεστής
 $A = \pi r^2$
- η παραγωγή της εικόνας **τονίζει τις ακμές** και άλλες ασυνέχειες (όπως θόρυβο) **υποβαθμίζει περιοχές με ελαφρά μεταβαλλόμενες τιμές γκρίζου**

Ορισμός της παραγώγου πρώτης τάξης μιας μονοδιάστατης διακριτής συνάρτησης $f(x)$:

$$\frac{df}{dx} = \frac{\partial f}{\partial x} = f(x + 1) - f(x)$$

Είναι δηλαδή η αντικατάσταση μιας τιμής $f(x)$ με την αφαίρεση αυτή από την επόμενη της



Ανίχνευση Ακμών με Παραγωγή 1^η Παράγωγος

- Πως θα μπορούσε να υλοποιηθεί αυτή η σχέση σε ένα μονοδιάστατο διάνυσμα;

Διάνυσμα/ $f(x)$

	$f(x)$	$f(x+1)$							
14	35	30	36	70	150	215	217	220	215

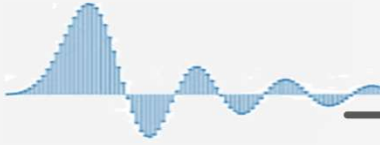
Μάσκα Τελεστή

-1	1
----	---

$$f'(x) = f(x+1) - f(x) = 70 - 36 = 34$$

1^η Παράγωγος $f'(x)$

21	-5	6	34						
----	----	---	----	--	--	--	--	--	--



Ανίχνευση Ακμών με Παραγωγή 1^η Παράγωγος

- Πως θα μπορούσε να υλοποιηθεί αυτή η σχέση σε ένα μονοδιάστατο διάνυσμα;

Διάνυσμα/ $f(x)$

				$f(x)$	$f(x+1)$				
14	35	30	36	70	150	215	217	220	215

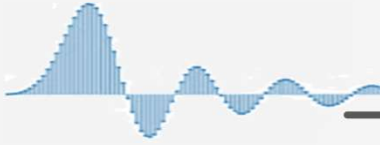
Μάσκα Τελεστή

-1	1
----	---

$$f'(x) = f(x+1) - f(x) = 150 - 70 = 80$$

1^η Παράγωγος $f'(x)$

21	-5	6	34	80					
----	----	---	----	----	--	--	--	--	--



Ανίχνευση Ακμών με Παραγωγή 1^η Παράγωγος

- Πως θα μπορούσε να υλοποιηθεί αυτή η σχέση σε ένα μονοδιάστατο διάνυσμα;

Διάνυσμα/ $f(x)$

14	35	30	36	70	150	215	217	220	215
----	----	----	----	----	-----	-----	-----	-----	-----

$f(x)$ $f(x+1)$

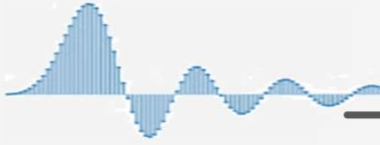
Μάσκα Τελεστή

-1	1
----	---

$$f'(x) = f(x+1) - f(x) = 215 - 150 = 65$$

1^η Παράγωγος $f'(x)$

21	-5	6	34	80	65				
----	----	---	----	----	----	--	--	--	--



Ανίχνευση Ακμών με Παραγωγή 1^η Παράγωγος

- Πως θα μπορούσε να υλοποιηθεί αυτή η σχέση σε ένα μονοδιάστατο διάνυσμα;

Διάνυσμα/ $f(x)$

14	35	30	36	70	150	215	217	220	215
----	----	----	----	----	-----	-----	-----	-----	-----

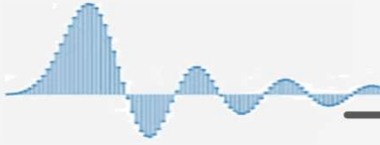
Μάσκα Τελεστή

-1	1
----	---

$$f'(x) = f(x+1) - f(x) = 217 - 215 = 2$$

1^η Παράγωγος $f'(x)$

21	-5	6	34	80	65	2			
----	----	---	----	----	----	---	--	--	--



Ανίχνευση Ακμών με Παραγωγή 1^η Παράγωγος

- Πως θα μπορούσε να υλοποιηθεί αυτή η σχέση σε ένα μονοδιάστατο διάνυσμα;

Διάνυσμα/ $f(x)$

14	35	30	36	70	150	215	217	220	215
----	----	----	----	----	-----	-----	-----	-----	-----

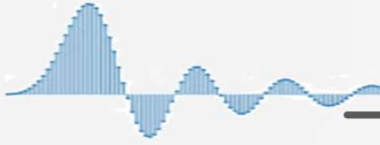
Μάσκα Τελεστή

$f(x)$	$f(x+1)$
-1	1

$$f'(x) = f(x+1) - f(x) = 220 - 217 = 3$$

1^η Παράγωγος $f'(x)$

21	-5	6	34	80	65	2	3		
----	----	---	----	----	----	---	---	--	--



Ανίχνευση Ακμών με Παραγωγή 1^η Παράγωγος

- Πως θα μπορούσε να υλοποιηθεί αυτή η σχέση σε ένα μονοδιάστατο διάνυσμα;

Διάνυσμα/ $f(x)$

14	35	30	36	70	150	215	217	220	215
----	----	----	----	----	-----	-----	-----	-----	-----

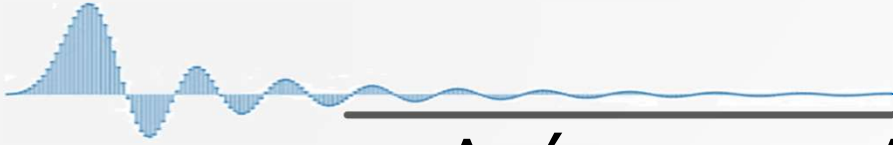
Μάσκα Τελεστή

$f(x)$	$f(x+1)$
-1	1

1^η Παράγωγος $f'(x)$

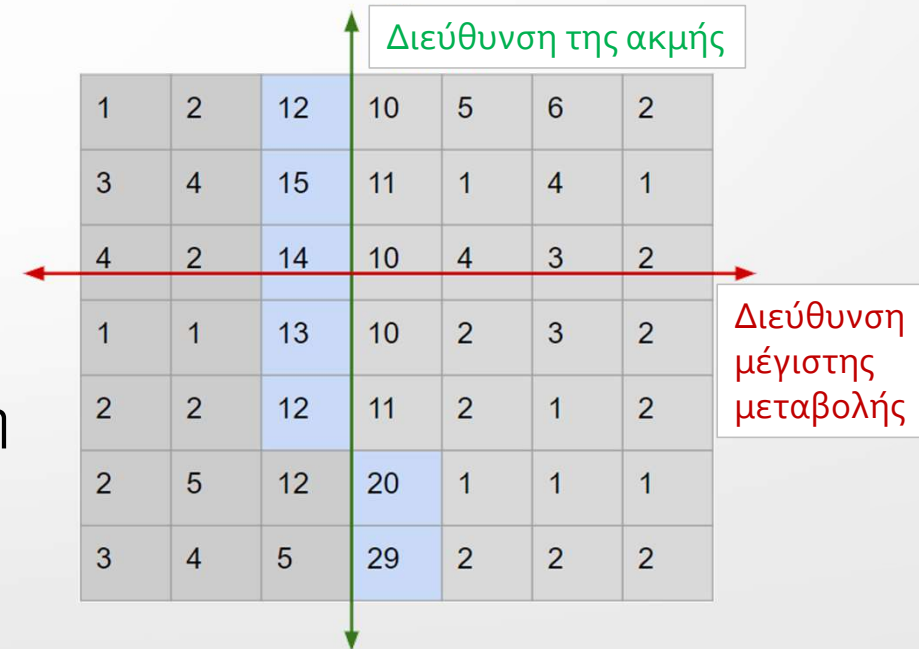
21	-5	6	34	80	65	2	3	-5	
----	----	---	----	----	----	---	---	----	--

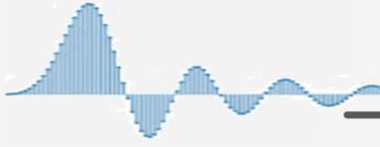
$$f'(x) = f(x+1) - f(x) \\ = 215 - 220 = -5$$



Ανίχνευση Ακμών με Παραγωγή 1^η Παράγωγος

- Στην περίπτωση των δύο διαστάσεων, όπως η εικόνα, ο υπολογισμός της 1^{ης} παραγώγου είναι λίγο πιο περίπλοκος καθώς πρέπει να οριστεί και η διεύθυνση κατά την οποία εμφανίζεται η μέγιστη μεταβολή της φωτεινότητας





Ανίχνευση Ακμών με Παραγωγή 1^η Παράγωγος

- Η ολική παράγωγος $\nabla f(x, y)$ μιας εικόνας στο σημείο (x, y) είναι το διάνυσμα:

$$\nabla f(x, y) = \left(\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} + \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \right)^T = (G_x, G_y)^T$$

- Η κατεύθυνση της κλίσης (κατεύθυνση μέγιστης μεταβολής φωτεινότητας) δίνεται από την

$$\psi = \tan^{-1} \left(\frac{G_y}{G_x} \right)$$

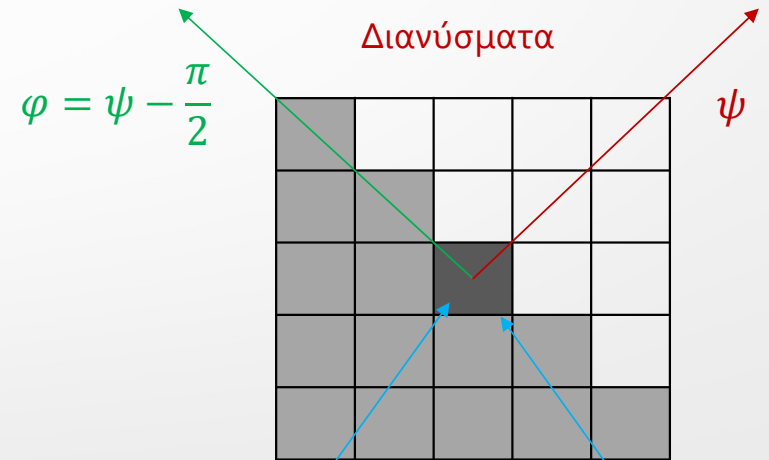
- Το μέτρο της κλίσης δίνεται από την

$$|\nabla f(x, y)| = \sqrt{\left(\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \right)^2}$$

Η κλίση είναι κάθετη στην κατεύθυνση της ακμής

Διεύθυνση της ακμής
(Edge direction)

Διεύθυνση μεταβολής
(Edge Normal)

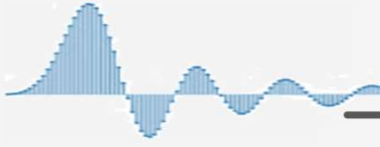


Θέση ακμής
(Edge position)

Μέτρο ακμής
(Edge strength)

Συντεταγμένες

Βαθμωτό

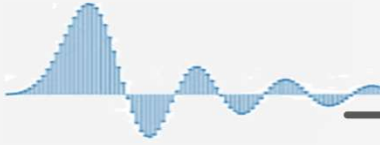


Ανίχνευση Ακμών με Παραγωγή 1^η Παράγωγος

- Οι παράγωγος στην υπολογίζεται ως η **διαφορά φωτεινότητων** διαδοχικών εικονοστοιχείων
- Όσο μεγαλύτερη είναι η διαφορά στις φωτεινότητες δύο γειτονικών εικονοστοιχείων τόσο μεγαλύτερη είναι η κλίση της φωτεινότητας
- Αφού οι ψηφιακές εικόνες είναι σήματα σε δύο διαστάσεις, η παράγωγος θα πρέπει να υπολογιστεί κατά **την οριζόντια αλλά και κατά την κατακόρυφη διεύθυνση**
- Όπως και στην μονοδιάστατη περίπτωση η διαδικασία επιτυγχάνεται με την **συνέλιξη της εικόνας με μάσκες**

$$G_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} G(x, y) & G(x, y+1) \\ G(x+1, y) & G(x+1, y+1) \end{bmatrix}$$

$$G_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} G(x-1, y-1) & G(x-1, y) & G(x-1, y+1) \\ G(x, y-1) & G(x, y) & G(x, y+1) \\ G(x+1, y-1) & G(x+1, y) & G(x+1, y+1) \end{bmatrix}$$



Ανίχνευση Ακμών με Παραγωγή 1^η Παράγωγος - Prewitt gradient

- Δύο πυρήνες διαστάσεων 3×3 , όπου κάθε ένας είναι υπεύθυνος για την οριζόντια και την κάθετη διεύθυνση αντίστοιχα και έχουν **βάση το κεντρικό στοιχείο τους**

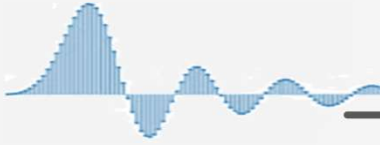
$$f * G_x = f(x-1, y+1) + f(x, y+1) + f(x+1, y+1) - f(x-1, y-1) - f(x, y-1) - f(x+1, y-1)$$

$$f * G_y = f(x-1, y-1) + f(x-1, y) + f(x-1, y+1) - f(x+1, y-1) - f(x+1, y) - f(x+1, y+1)$$

$$G_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$G_y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Prewitt					
Vertical			Horizontal		
-1	0	1	-1	-1	-1
-1	0	1	0	0	0
-1	0	1	1	1	1



Ανίχνευση Ακμών με Παραγωγή 1^η Παράγωγος - Roberts gradient

- Δύο πυρήνες **διαστάσεων 2x2**, όπου κάθε ένας είναι υπεύθυνος για την οριζόντια και την κάθετη διεύθυνση αντίστοιχα και έχουν βάση **το πρώτο στοιχείο τους επάνω αριστερά**

$$G_x = f(x,y) - f(x+1,y+1)$$

$$G_y = f(x,y+1) - f(x+1,y)$$

$$G_x = \begin{bmatrix} +1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$G_y = \begin{bmatrix} 0 & +1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

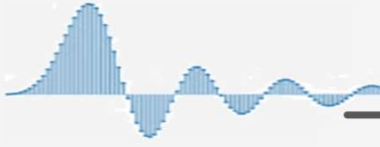
Roberts

Κατακόρυφο

+1	0
0	-1

Οριζόντιο

-1	0
0	+1



Ανίχνευση Ακμών με Παραγωγή 1^η Παράγωγος - Sobel gradient

- Δύο πυρήνες διαστάσεων 3x3, όπου κάθε ένας είναι υπεύθυνος για την οριζόντια και την κάθετη διεύθυνση αντίστοιχα και έχουν βάση το κεντρικό στοιχείο τους

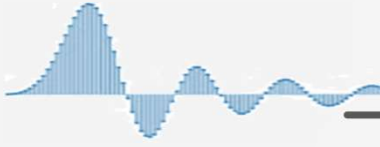
$$G_x = f(x-1, y+1) + 2f(x, y+1) + f(x+1, y+1) - f(x-1, y-1) - 2f(x, y-1) - f(x+1, y-1)$$

$$G_y = f(x-1, y-1) + 2f(x-1, y) + f(x-1, y+1) - f(x+1, y-1) - 2f(x+1, y) - f(x+1, y+1)$$

$$G_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$G_y = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

Sobel					
Vertical			Horizontal		
-1	0	1	-1	-2	-1
-2	0	2	0	0	0
-1	0	1	1	2	1



Ανίχνευση Ακμών με Παραγωγή 1^η Παράγωγος

Μέθοδος Prewitt

$$G_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad G_y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Μέθοδος Sobel

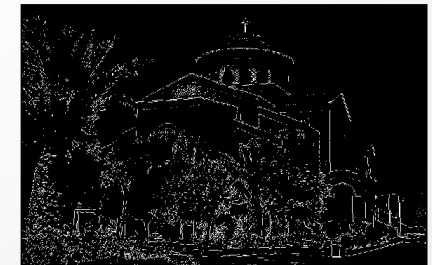
$$G_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad G_y = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

Μέθοδος Roberts

$$G_x = \begin{bmatrix} +1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad G_y = \begin{bmatrix} 0 & +1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$



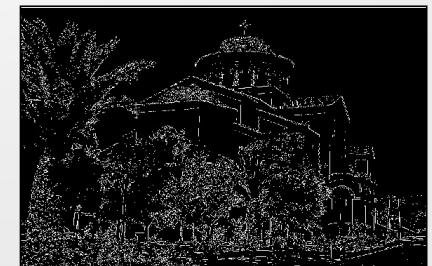
Αρχική εικόνα



Μέθοδος Prewitt



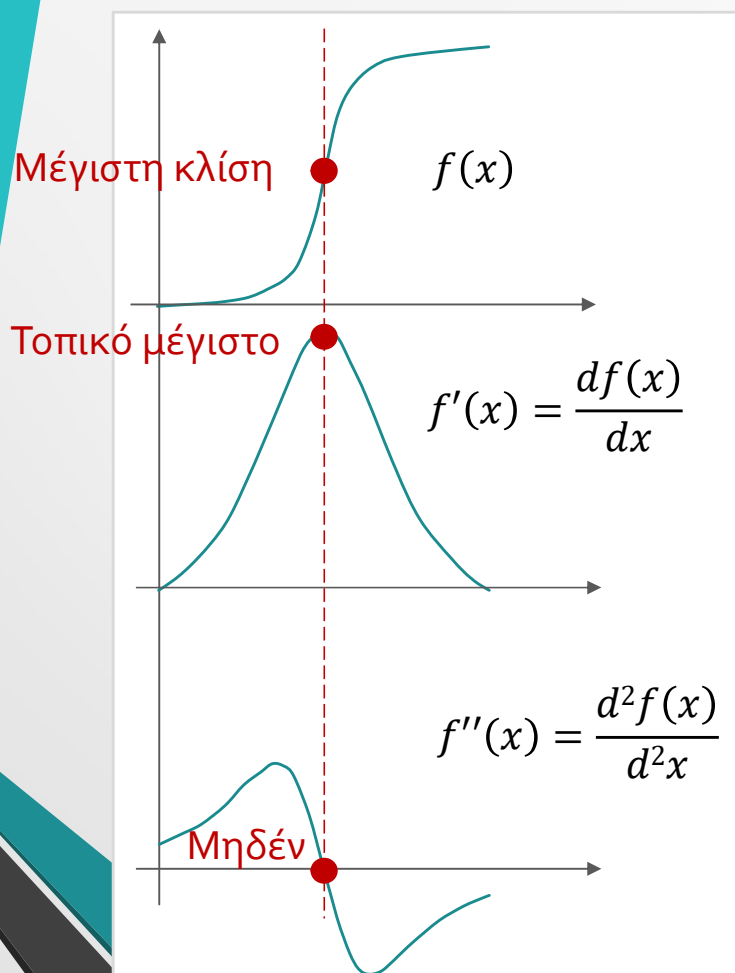
Μέθοδος Sobel



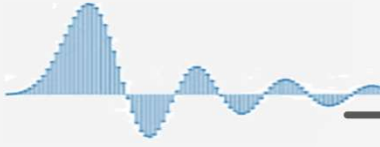
Μέθοδος Roberts



Ανίχνευση Ακμών με Παραγωγή 2^η Παράγωγος



- Ο υπολογισμός της 2^{ης} παραγώγου είναι πολλές φορές **εύκολα διαχειρίσιμη** στον εντοπισμό ακμών καθώς η 2^η παράγωγος **μηδενίζει τα σημεία** στα οποία είναι μέγιστη η κλίση της φωτεινότητας
- Ωστόσο είναι ιδιαίτερα **ευαίσθητη στον θόρυβο** καθώς καθιστά πολύ έντονες και τις ακμές του θορύβου

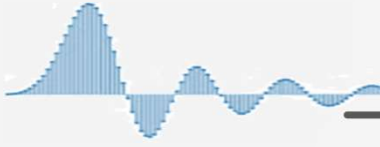


Ανίχνευση Ακμών με Παραγωγή 2^η Παράγωγος

- Η δεύτερη παράγωγος μιας μονοδιάστατης συνάρτησης $f(x)$ ορίζεται ως εξής:

$$\begin{aligned}\frac{df^2(x)}{dx} &= \left(\frac{df(x)}{dx}\right)' = (f(x+1) - f(x))' = (x+1)'f'(x+1) - f'(x) = \\ &\stackrel{(x+1)'\equiv 1}{=} f'(x+1) - f'(x) = f(x+1+1) - f(x+1) - (f(x+1) - f(x)) = \\ &= f(x+2) - 2f(x+1) + f(x)\end{aligned}$$

Ή με κέντρο το x :
$$\frac{df^2(x)}{dx} = f(x+1) - 2f(x) + f(x-1)$$



Ανίχνευση Ακμών με Παραγωγή 2^η Παράγωγος

- Στην περίπτωση συναρτήσεων 2 διαστάσεων $f(x,y)$ όπως είναι οι εικόνες, χρησιμοποιούμε τις μερικές παραγώγους ως προς τους δύο χωρικούς άξονες συντεταγμένων:

Τελεστής κλίσης

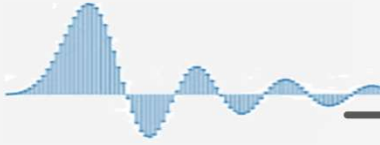
$$\nabla f(x, y) = \left(\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} + \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \right)^T$$

Τελεστής Λαπλασιανής

$$\nabla^2 f(x, y) = \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial^2 y}$$

↑
Ολικό Διαφορικό 2^{ης} Τάξης

« ∇ » Γραμμικός τελεστής



Ανίχνευση Ακμών με Παραγωγή 2^η Παράγωγος

- Οι μερικές παράγωγοι 2^{ης} τάξης μιας 2D συνάρτησης με δύο ανεξάρτητες μεταβλητές θα είναι:

$$\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial^2 x} = f(x + 1, y) + f(x - 1, y) - 2f(x, y)$$

$$\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial^2 y} = f(x, y + 1) + f(x, y - 1) - 2f(x, y)$$

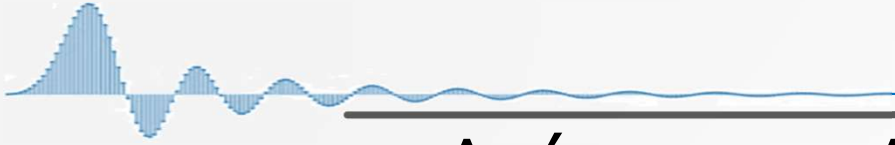
0	1	0
1	-4	1
0	1	0

Λαπλασιανή Μάσκα

$$\nabla^2 f(x, y) = [f(x + 1, y) + f(x - 1, y) + f(x, y + 1) + f(x, y - 1) - 4f(x, y)]$$

Άλλες υλοποιήσεις
2^{ης} παραώγου

1	1	1	0	-1	0	-1	-1	-1
1	-8	1	-1	4	-1	-1	8	-1
1	1	1	0	-1	0	-1	-1	-1



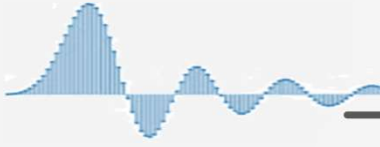
Ανίχνευση Ακμών με Παραγωγή 2^η Παράγωγος

- Το αποτέλεσμα της λαπλασιανής θα είναι μια εικόνα η οποία έχει **χάσει την πλειονότητα της πληροφορίας** και απλώς έχει:
 - Τονίσει έντονα τις ασυνέχειες φωτεινότητας (ακμές)
 - Υποβαθμίσει όλες τις περιοχές οι οποίες έχει μικρές μεταβολές
- Επομένως αν επιθυμούμε να λάβουμε μια **βελτιωμένη εικόνα με τονισμένες τις ακμές** τις αλλά και **διατηρώντας όλη την υπόλοιπη πληροφορία** θα πρέπει να προσθέσουμε την Λαπλασιανή στην αρχική εικόνα

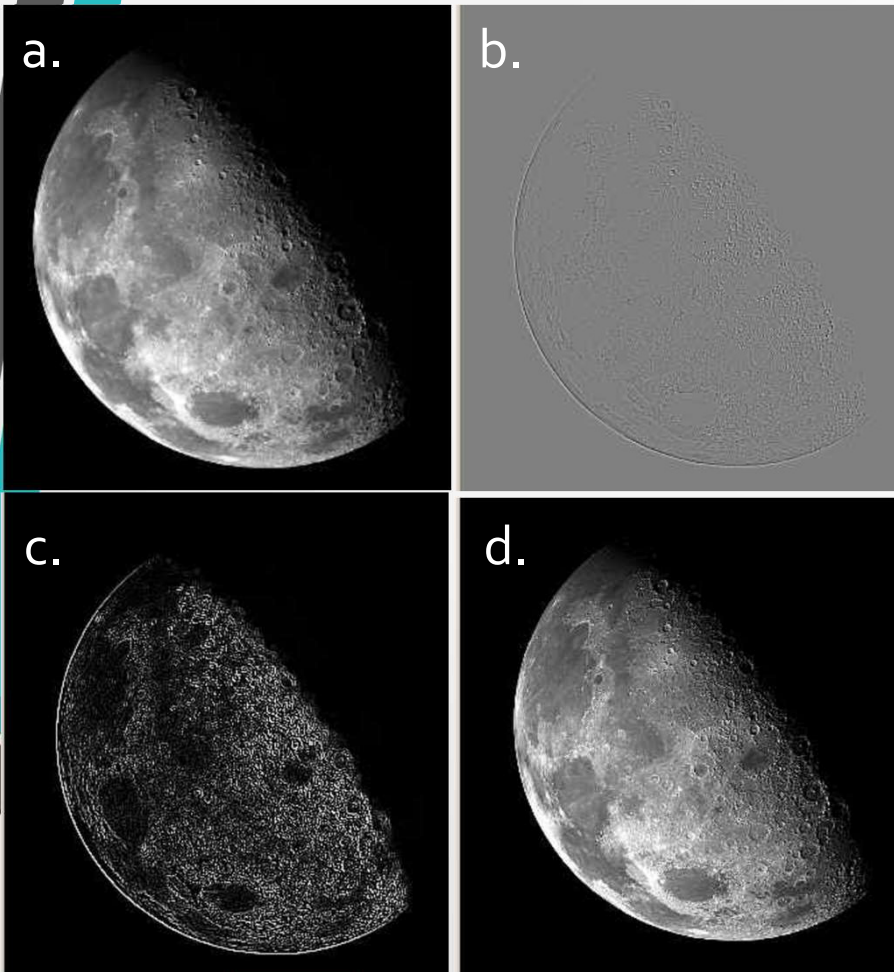
$$g(x, y) = \begin{cases} f(x, y) - \nabla^2 f(x, y) \\ f(x, y) + \nabla^2 f(x, y) \end{cases}$$

-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

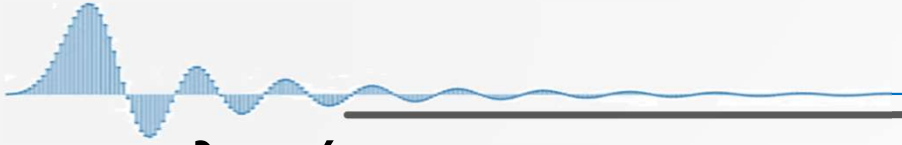
Αν ο κεντρικός συντελεστής της μάσκας είναι **θετικός**, τότε **προσθέτουμε** την Λαπλασιανή από την εικόνα



Ανίχνευση Ακμών με Παραγωγή 2^η Παράγωγος



- a. Εικόνα του βόρειου πόλου της Σελήνης
- b. Το αποτέλεσμα της Λαπλασιανής με τη μάσκα
- c. Επανακλιμάκωση Λαπλασιανής για λόγους οπτικοποίησης
- d. Τονισμός με πρόσθεση πάνω στην αρχική εικόνα



Βελτιώσεις Εντοπισμού ακμών με Παραγώγους Λαπλασιανή της Γκαουσιανής - LoG

- Δεδομένου ότι η δεύτερη παράγωγος **τονίζει** ακόμα περισσότερο της ακμές τις εικόνας πολλές φορές **«επιβιώνουν»** και τονίζονται σε μεγάλο βαθμό **σημεία θορύβου**
- Για την απαλοιφή του θορύβου προτού υπολογιστεί η παράγωγος η εικόνα **εξομαλύνεται με χρήση Γκαουσιανού φίλτρου** (Gaussian Filter)

- Από **μεταθετική & μεταβατική** ιδιότητες συνέλιξης

$$\nabla^2(G * I) = (\nabla^2 G) * I$$

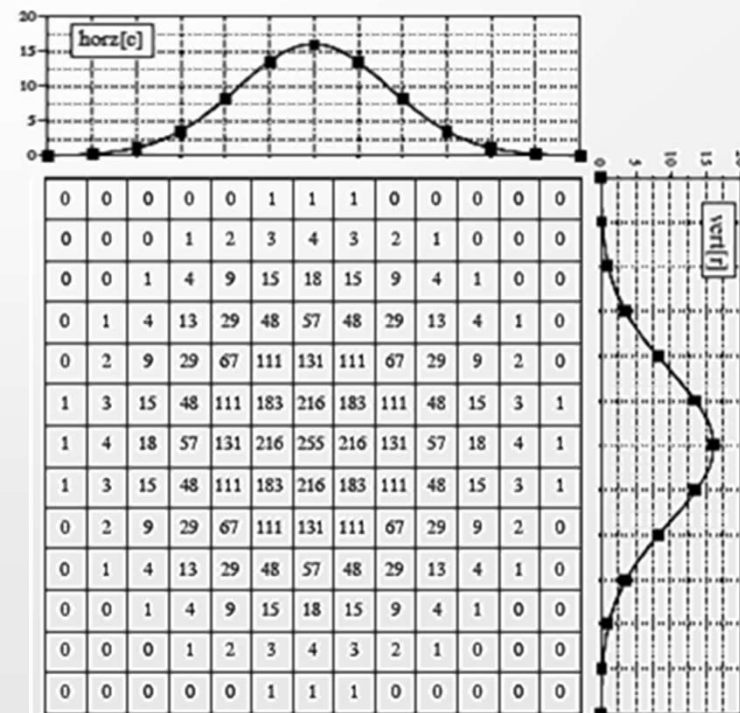
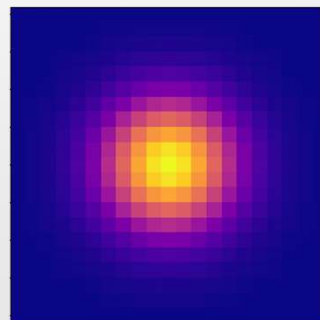
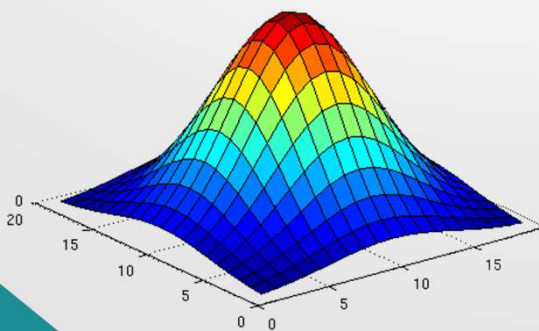
- Συνέλιξη μασκών Τελεστής LoG:

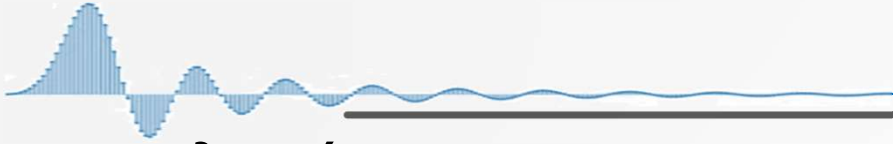
$$\nabla^2 G = -\left(\frac{r^2 - \sigma^2}{\sigma^4}\right) e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}, \quad r^2 = x^2 + y^2$$



Ανίχνευση Ακμών με Παραγωγή Λαπλασιανή της Γκαουσιανής - LoG

Ο συνδυασμός του Γκαουσιανού φίλτρου με τον Λαπλασιανό τελεστή της δεύτερης παραγώγου αναφέρεται στην βιβλιογραφία ως Λαπλασιανή της Γκαουσιανής (Laplacian of Gaussian – LoG)

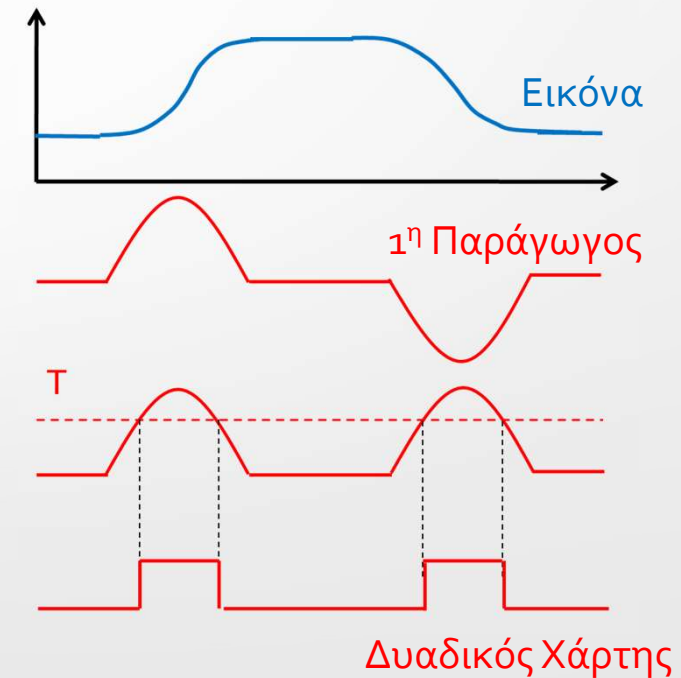


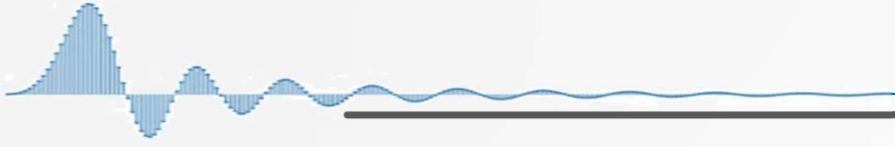


Βελτιώσεις Εντοπισμού ακμών με Παραγώγους

Κατωφλίωση για καθορισμό των ακμών

- Πολλές εκτελείται κατωφλίωση (Thresholding) στις εικόνες της κλίσης, ώστε να προκύψουν οι πιο "ισχυρές" ακμές στον χάρτης ακμών
 - Μειώνοντας την τιμή κατωφλίου θα προκύπτουν περισσότερα σημεία ακμών, αλλά ελλοχεύει ο κίνδυνος να ανιχνεύονται ως ακμές και σημεία θορύβου.
 - Μεγάλο κατώφλι αναδεικνύει μεν σημεία με μεγάλες μεταβολές στη φωτεινότητα, αλλά πάντα υπάρχει και η πιθανότητα να «χαθούν» πραγματικές ακμές.





Μέθοδος Canny

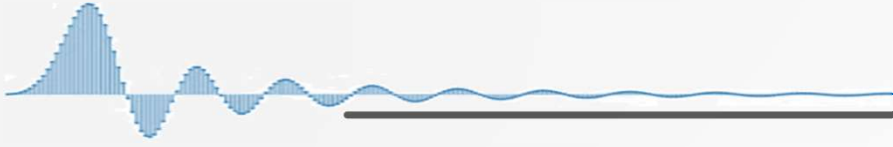
Εισαγωγή

- Χρησιμοποιεί την παράγωγο του **γκουσιανού φίλτρου** για τη απαλοιφή του θορύβου
- Βρίσκει τις ακμές με αναζήτηση των **τοπικών μέγιστων των κλίσεων** τις εικόνας
- Χρησιμοποιεί **δύο κατώφλια**, για να ανιχνεύει τις ισχυρές και τις ασθενείς ακμές, και περιλαμβάνει τις ασθενείς ακμές στο τελικό αποτέλεσμα μόνο αν συνδέονται με ισχυρές ακμές.
- Συνεπώς, η μέθοδος αυτή είναι **λιγότερο πιθανό** από τις υπόλοιπες να επηρεαστεί από το **θόρυβο**, και πιο πιθανό **να εντοπίσει αδύναμες ακμές** που όμως είναι χρήσιμες.



John Canny
Berkeley, CA, USA

Canny, J., A Computational Approach To Edge Detection, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 8(6):679–698, 1986.

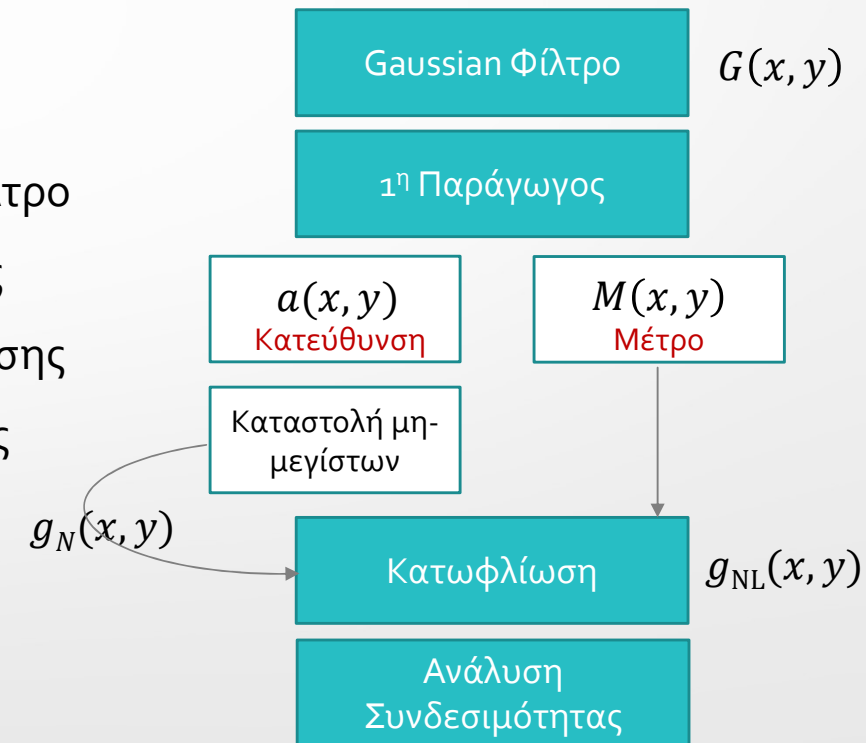


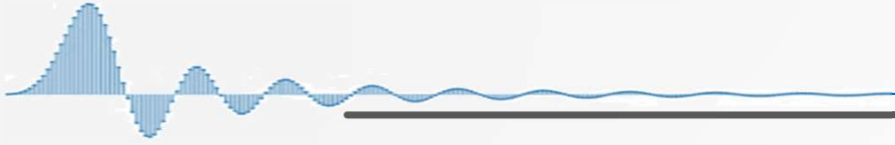
Μέθοδος Canny

Βήματα Μεθόδου

Η μέθοδος εξελίσσεται σε 5 διακριτά βήματα

1. Εξομάλυνση της εικόνας εισόδου με Γκαουσιανό Φίλτρο
2. Υπολογισμός των εικόνων μέτρου και γωνίας κλίσης
3. Καταστολή μη-μεγίστων στην εικόνα της γωνίας κλίσης
4. Διπλή κατωφλίωση υστέρησης στο μέτρο της κλίσης
5. Ανάλυση Συνδεσιμότητας των ακμών

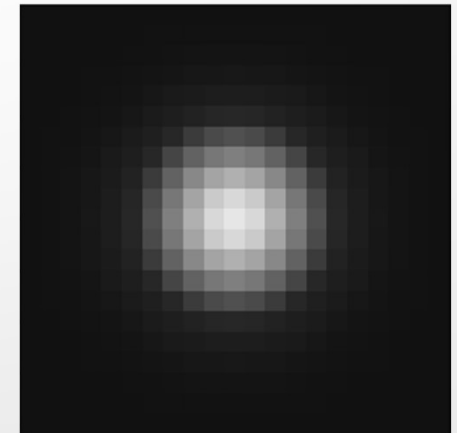


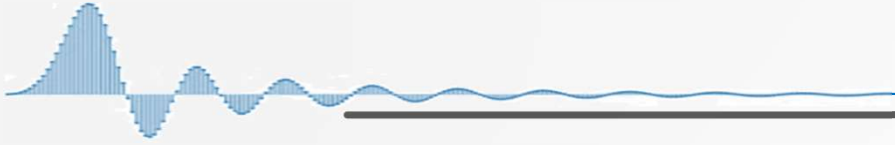


Μέθοδος Canny

Βήματα Μεθόδου

1. Φιλτράρισμα της εικόνας με φίλτρο Gaussian
 - Το μέγεθος του φίλτρου ορίζεται εκ των προτέρων
 - Το φίλτρο έχει $\mu = 0$ (μέση τιμή) και καθορισμένη σ (τυπική απόκλιση).
 - Το φιλτράρισμα γίνεται σε δύο βήματα, πρώτα ως προς τον άξονα x και έπειτα ως προς τον y .





Μέθοδος Canny

Βήματα Μεθόδου

2. Υπολογισμός των εικόνων μέτρου και γωνίας κλίσης

- Προσδιορισμός της κλίσης της φιλτραρισμένης εικόνας.
- Αυτό επιτυγχάνεται με εφαρμογή μασκών, όπως της Sobel.
- Έπειτα προσδιορίζονται τα πλάτη και οι κλίσεις για κάθε εικονοστοιχείο.

Βλέπε πρώτη παράγωγο

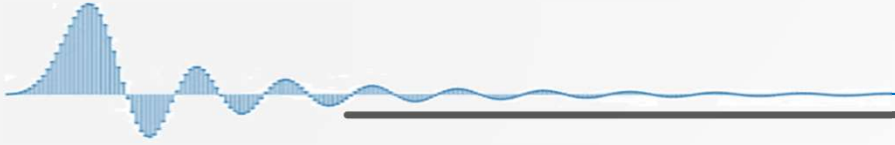
Η κατεύθυνση της κλίσης (κατεύθυνση μέγιστης μεταβολής φωτεινότητας) δίνεται από την

$$a(x, y) = \tan^{-1} \left(\frac{G_y}{G_x} \right)$$

Το μέτρο της κλίσης δίνεται από την

$$M(x, y) = \sqrt{(G_x)^2 + (G_y)^2}$$

Η κλίση είναι κάθετη στην κατεύθυνση της ακμής



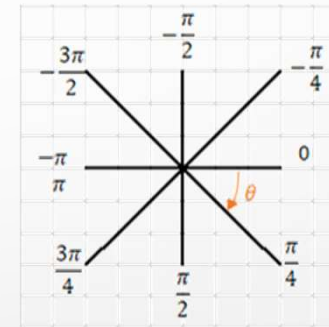
Μέθοδος Canny

Βήματα Μεθόδου

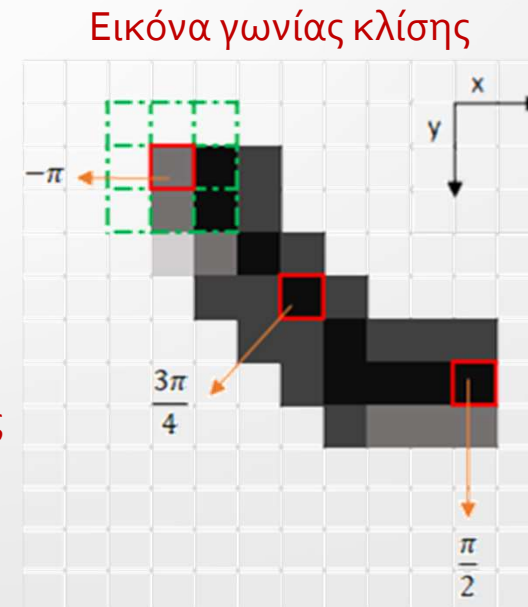
3. Καταστολή των μη μέγιστων τιμών

Από τα πλάτη που υπολογίστηκαν προηγουμένως, εξαλείφονται οι ακμές που έχουν τοπικά μικρότερη τιμή κάτι που οδηγεί σε φιλτράρισμα και λέπτυνση των ακμών

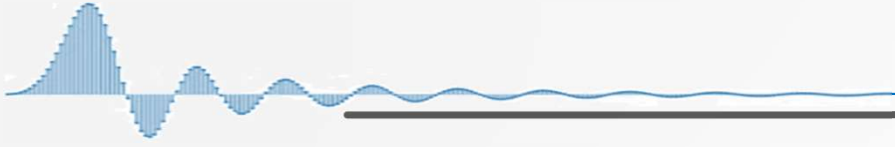
$$g_N(x, y) = \begin{cases} 0 & , \text{για τα σημεία που καταστέλλονται οι διευθύνσεις} \\ M(x, y) & , \text{για τις διευθύνσεις που διατηρούνται} \end{cases}$$



Πιθανές Διευθύνσεις



Εικόνα γωνίας κλίσης



Μέθοδος Canny

Βήματα Μεθόδου

4. Κατωφλίωση υστέρησης

Η τεχνική αυτή οδηγεί σε **επιπλέον μείωση των εικονοστοιχείων** των ακμών της εικόνας

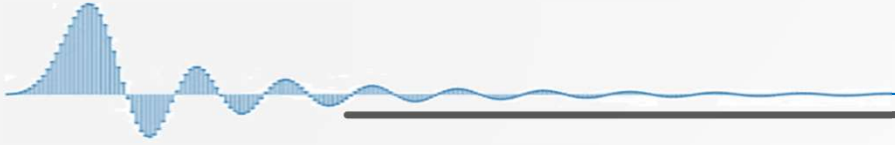
Χρησιμοποιεί **δύο κατώφλια** το άνω και το κάτω κατώφλι (Low & High Thresholds)

- i. Χαρακτηρίζει ως **ισχυρές ακμές** αυτές που προκύπτουν από εικονοστοιχεία με κλίση μεγαλύτερη του άνω κατωφλίου
- ii. Χαρακτηρίζει ως **ασθενείς ακμές** αυτές που προκύπτουν από εικονοστοιχεία με κλίση μεγαλύτερη του κάτω κατωφλίου

$$g_{NL}(x, y) = g_N(x, y) \geq T_{Low}$$

$$g_{NH}(x, y) = g_N(x, y) \geq T_{High}$$

Για να κρατηθούν μόνο οι ασθενείς ακμές: $g_{NL}(x, y) = g_{NL}(x, y) - g_{NH}(x, y)$



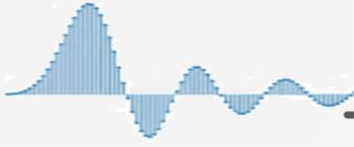
Μέθοδος Canny

Βήματα Μεθόδου

5. Ανάλυση Συνδεσιμότητας των ακμών

Σαρώνονται διαδοχικά όλα τα γειτονικά εικονοστοιχεία που είναι συνδεδεμένα με τα εικονοστοιχεία των ισχυρών ακμών

- Εντοπίζουμε ένα γειτονικό εικονοστοιχείο (8-συνδετικότητα) των ισχυρών ακμών της εικόνας $g_{NH}(x, y)$
- Το χαρακτηρίζουμε ως έγκυρο αν βρίσκεται στην εικόνα των ασθενών ακμών $g_{NL}(x, y)$
- Αν όλα τα γειτονικά εικονοστοιχεία των ισχυρών ακμών έχουν κριθεί τότε προχωράμε στο βήμα (d), αλλιώς επιστρέφουμε στο (a)
- Θέτουμε σε όλα τα εικονοστοιχεία της εικόνας $g_{NL}(x, y)$ που δεν έχουν χαρακτηριστεί την τιμή μηδέν



Αρχική Εικόνας



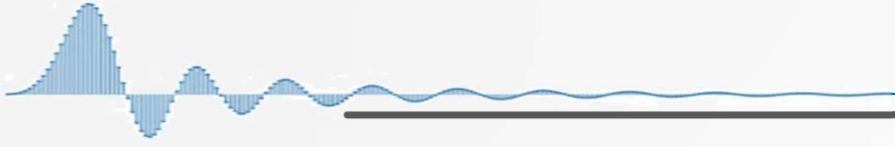
Η εικόνα χαμηλού
κατωφλίου



Η εικόνα χαμηλού
κατωφλίου



Τελική Εικόνα

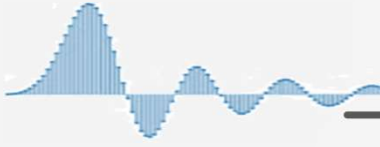


Μέθοδος Canny

Βήματα Μεθόδου

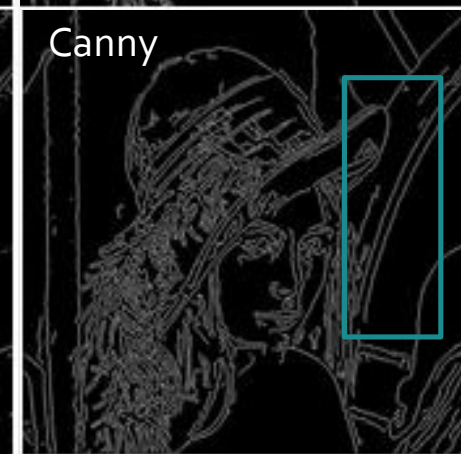
Μειονεκτήματα της Μεθόδου

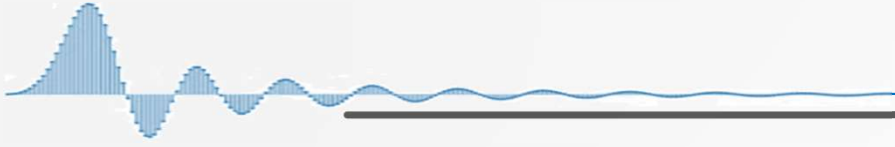
- Το **μέγεθος του φίλτρου εξομάλυνσης** που χρησιμοποιείται στο πρώτο στάδιο επηρεάζει άμεσα τα αποτελέσματα της μεθόδου
 - Όσο πιο μικρό είναι τόσο προκαλεί λιγότερη θόλωση και επιτρέπει την ανίχνευση των μικρών ακμών.
 - Ένα μεγαλύτερο φίλτρο προκαλεί περισσότερη θόλωση και επομένως επιβιώνουν οι πιο ισχυρές ακμές με φόβο όμως να χαθούν και σημαντικές ακμές
- Η **τιμή των δύο κατωφλιών** επίσης επηρεάζει την απόδοση της μεθόδου. Η χρήση δύο κατωφλιών επιτρέπουν μεγαλύτερη ευελιξία από ότι η χρήση ενός, ωστόσο:
 - ένα πολύ σετ μεγάλων κατωφλιών μπορεί να προκαλέσει απώλεια σημαντικής πληροφορίας.
 - ένα σετ μικρών κατωφλιών θα εκλάβει άσχετες πληροφορίες ως σημαντικές



Σύγκριση μεθόδων Ανίχνευσης Ακμών

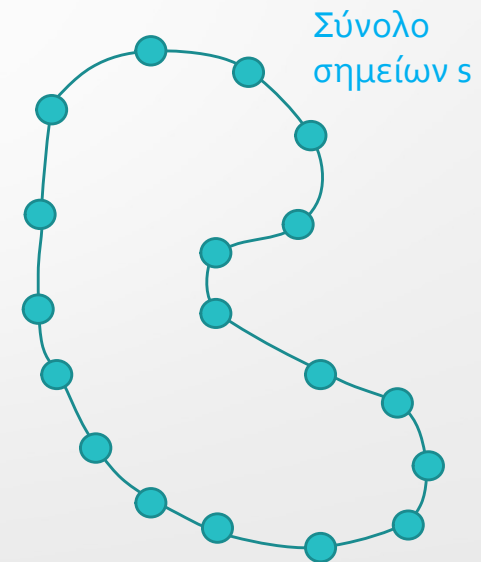
- Η μέθοδος Canny Υπερτερεί καθώς και έχει απαλείψει τον περισσότερο θόρυβο ενώ έχει διατηρήσει όλες τις περισσότερες σημαντικές ακμές

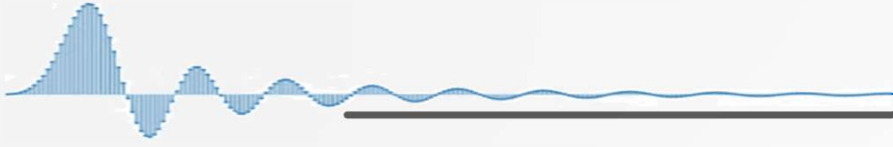




Ενεργά Περιγράμματα (Active Contours – Snakes)

- Τα **ενεργά περιγράμματα (ή τα φίδια)** μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την ανίχνευση των άκρων που αναπαριστούν το περίγραμμα ενός αντικειμένου,
- Ένα παραμετρικό ενεργό περίγραμμα είναι αρχικά απλώς **ένα σύνολο σημείων** περιγράμματος $(X(s), Y(s))$ που παραμετροποιούνται από $s \in [0,1]$
- Η θέση των αρχικών σημείων συχνά ορίζονται από τον χρήση σε μορφή πολυγωνικής περιοχής





Ενεργά Περιγράμματα (Active Contours – Snakes)

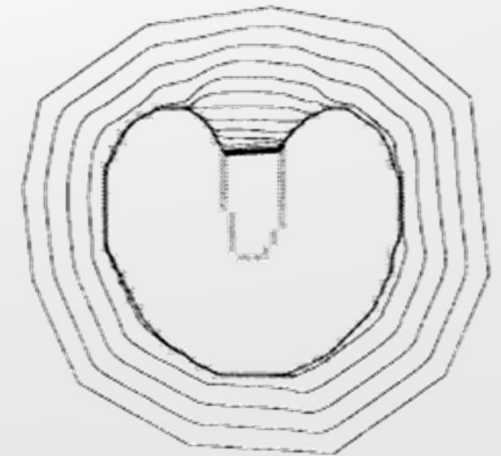
- Τα ενεργά περιγράμματα εκτελούν μια επαναληπτική διαδικασία κατά την οποία στοχεύουν στην ελαχιστοποίηση της συνολικής τους ενέργειας

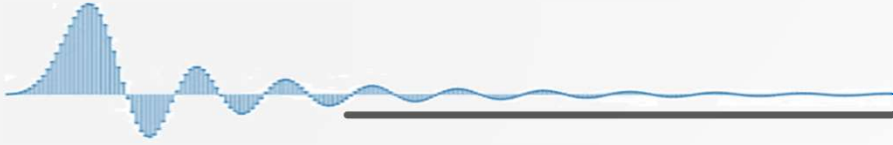
$$E = E_{\text{internal}} + E_{\text{external}}$$

- Η Συνολική ενέργεια του περιγράμματος αποτελείται από την εσωτερική (Internal) και την εξωτερική (external) ενέργεια

$$E_{\text{internal}} = \frac{1}{2} \int_0^1 \left\{ a \left[\left(\frac{dX(s)}{ds} \right)^2 + \left(\frac{dY(s)}{ds} \right)^2 \right] + b \left[\left(\frac{d^2X(s)}{d^2s} \right)^2 + \left(\frac{d^2Y(s)}{d^2s} \right)^2 \right] \right\} ds$$

$$E_{\text{external}} = - \int_0^1 f(X(s), Y(s)) ds, \text{ όπου } f(x, y) = |\nabla I(x, y)|^2$$





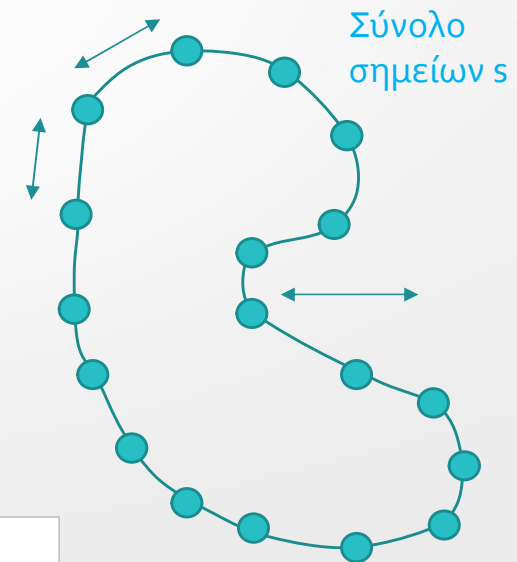
Ενεργά Περιγράμματα (Active Contours – Snakes)

Εσωτερική Ενέργεια

- Αφορά στην ενέργεια του ίδιο του περιγράμματος δηλαδή τις **τάσεις** που μεταξύ των κόμβων του

$$E_{\text{internal}} = \frac{1}{2} \int_0^1 \left\{ a \left[\left(\frac{dX(s)}{ds} \right)^2 + \left(\frac{dY(s)}{ds} \right)^2 \right] + b \left[\left(\frac{d^2X(s)}{d^2s} \right)^2 + \left(\frac{d^2Y(s)}{d^2s} \right)^2 \right] \right\} ds$$

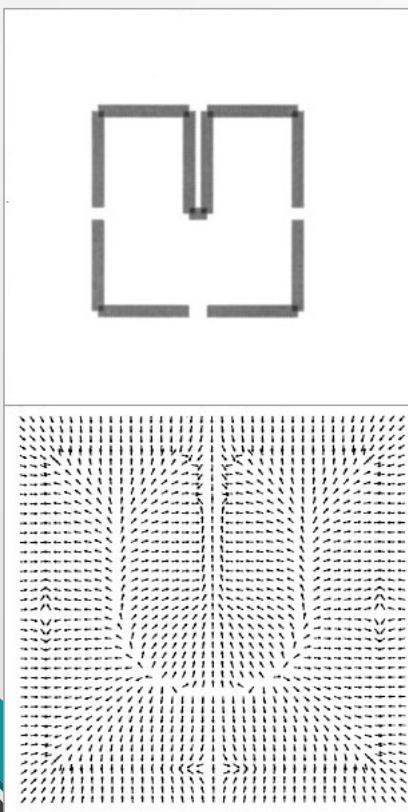
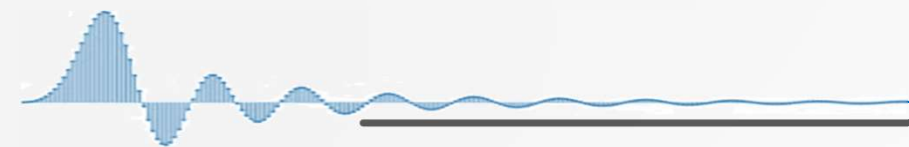
τα a και b είναι δύο μη αρνητικές παράμετροι στάθμισης που εκφράζουν, αντίστοιχα, τον βαθμό αντίστασης στο τέντωμα και την κάμψη του περιγράμματος





Ενεργά Περιγράμματα

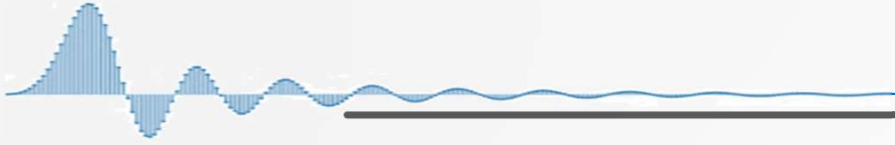
(Active Contours – Snakes)



Εξωτερική Ενέργεια

- Η εξωτερική ενέργεια αφορά τις τάσεις που έχει η ίδια η εικόνα να κατευθύνει τα σημεία του φιδιού προς κάποια κατεύθυνση
- Οι ίδιες οι φωτεινότητες της εικόνας καθοδηγούν τα σημεία του ενεργού περιγράμματος προς τις περιοχές που υπάρχουν ακμές

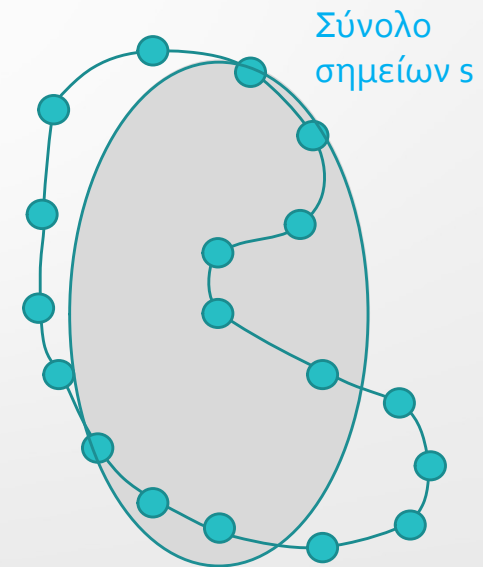
$$E_{\text{external}} = - \int_0^1 f(X(s), Y(s)) ds, \text{ όπου } f(x, y) = |\nabla I(x, y)|^2$$

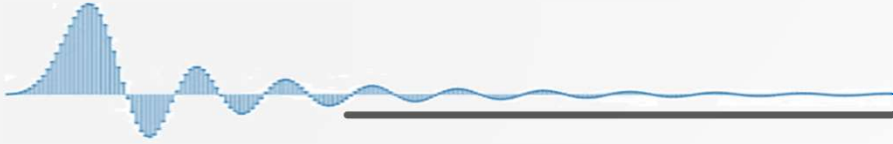


Ενεργά Περιγράμματα (Active Contours – Snakes)

Επαναληπτική Διαδικασία

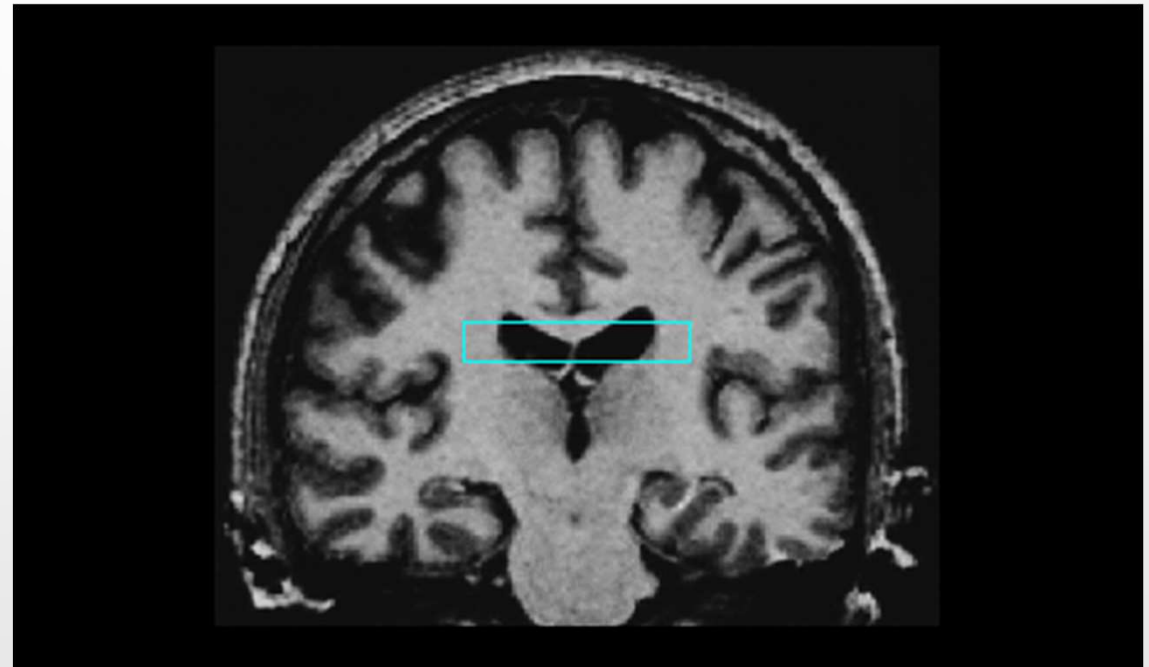
- Κατά την διάρκεια των επαναλήψεων τα φίδια **κινούνται με ευρετικό τρόπο προς τις ακμές**, συντελώντας στην οριοθέτηση μεταξύ των αντικειμένων
- Το αποτέλεσμα **εξαρτάται από τις επαναλήψεις** οι οποίες θα πρέπει να είναι επαρκείς με σκοπό να σημεία του φιδιού να φτάσουν στα σημεία των ακμών
- Όσο πιο κοντά στις ακμές τις εικόνας είναι τα **αρχικό περίγραμμα τόσο λιγότερες είναι οι επαναλήψεις** που απαιτούνται





Ενεργά Περιγράμματα (Active Contours – Snakes)

Παραδείγματα σε GIF



- Οι διαφάνειες βασίζονται στο υλικό του Καθηγητή κ. Ν. Βασιλά για το μάθημα «Επεξεργασία Εικόνας», ακαδημ. έτος 2017-2018, Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής.
- Διαφάνειες Πέτρος Καρβέλης, από μάθημα Ψηφιακή Επεξεργασία Εικόνας, Τμήμα Μηχανικών Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών, Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας
- Βιβλίο Gonzales

Βιβλιογραφία