Μηχανική μάθηση

Ιωάννης Γ. Τσούλος

Τμήμα Πληροφορικής και τηλεπικοινωνιών
Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων

2022

Περίληψη

Βασικά βιολογικά στοιχεία

- Ο ανθρώπινος εγκέφαλος διαθέτει 10^{10}νευρώνες επεξεργασίας δεδομένων.
- Η επεξεργασία δεδομένων γίνεται και παράλληλα.
- Δενδρίτες: δομές εισόδου που δέχονται είσοδο από άλλους νευρώνες.
- Συνάψεις: Σημεία επεξεργασίας δεδομένων
- Άξονας: Στέλνει ηλεκτρικούς παλμούς

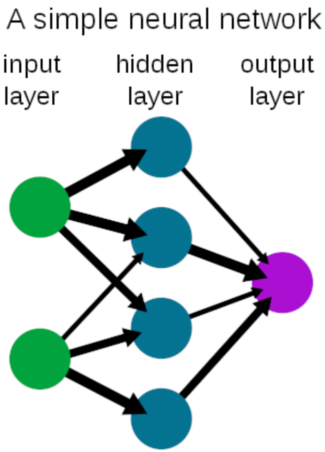
Ορισμός

1. Νευρωνικό δίκτυο ονομάζεται ένα κύκλωμα διασυνδεδεμένων μονάδων επεξεργασίας που ονομάζουμε **Νευρώνες**.
2. Στους υπολογιστές είναι ένα υπολογιστικό μοντέλο που χρησιμοποιείται για την επίλυση κάποιου υπολογιστικών προβλημάτων.
3. Το νευρωνικό δίκτυο ονομάζεται δίκτυο καθώς αποτελείται απο υπολογιστικούς κόμβους που συνδέονται μεταξύ τους.
4. Κάθε υπολογιστικός κόμβος δέχεται ένα σύνολο αριθμητικών εισόδων (από άλλους νευρώνες είτε από κάποια άλλη είσοδος), εκτελεί έναν υπολογισμό με βάση αυτές τις εισόδους και παράγει μία έξοδο.

Είδη νευρώνων

1. Οι **νευρώνες εισόδου**, των οποίων η εργασία είναι να διοχετεύσουν στους υπολογιστικούς νευρώνες την είσοδο του προβλήματος (πχ πρότυπα).
2. Οι **νευρώνες εξόδου**, χρησιμοποιούνται για να παρουσιάσουν στο περιβάλλον την απάντηση του ΤΝΔ σε κάποιο πρόβλημα, όπως για παράδειγμα την εκτίμηση της κατηγορίας ενός προβλήματος κατηγοριοποίησης.
3. Οι **υπολογιστικοί νευρώνες** ή κρυμμένοι νευρώνες, οι οποίοι πολλαπλασιάζουν κάθε είσοδό που δέχονται από νευρώνες εισόδου ή από άλλους νευρώνες επεξεργασίας με μια τιμή συσχετισμένη με αυτούς που ονομάζεται βάρος. Το συνολικό αποτέλεσμα εισάγεται σε μια συνάρτηση που θα ονομάζουμε συνάρτηση ενεργοποίησης και είτε παρουσιάζεται στην έξοδο είτε δίδεται σε κάποιον άλλο νευρώνα επεξεργασίας.

Σχηματικό Παράδειγμα



Παράδειγμα εξίσωσης.

- Αν θέλουμε να εκφράσουμε την έξοδο ενός νευρώνα επεξεργασίας k θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε την παρακάτω εξίσωση:

$$y_k = f\left(\sum_{i=1}^{d} w_i x_i + \theta_k\right)$$

1. x_i είναι η i είσοδος από τις d που έχει το πρόβλημα
2. w_i είναι το βάρος της διασύνδεσης με την i είσοδο
3. θ_k είναι η πόλωση για τον νευρώνα k. Η τιμής της πόλωσης συνήθως είναι ανεξάρτητη από το πρόβλημα.
4. Η συνάρτηση f(x) είναι η συνάρτηση ενεργοποίησης και στην βιβλιογραφία χρησιμοποιείται μια πληθώρα συναρτήσεων ενεργοποίησης που παρουσιάζονται στην επόμενη ενότητα.

Βηματική συνάρτηση

Είναι η πιο απλή συνάρτηση ενεργοποίησης και δίνεται από τον τύπο

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

Επειδή δεν είναι παραγωγίσιμη συνάρτηση δεν χρησιμοποιείται αρκετά συχνά.

Γραμμική συνάρτηση

- $y = ax + b$
- Εξίσωση ευθείας.
- Στα αρχικά νευρωνικά δίκτυα βρίσκει μόνον εφαρμογή.

Σιγμοειδής συνάρτηση.

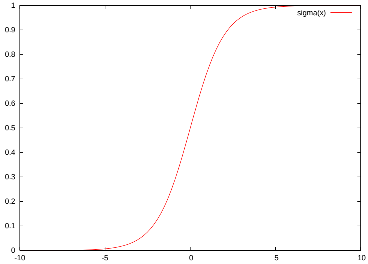
Είναι η συνάρτηση που χρησιμοποιείται πιο συχνά

1. Η συνάρτηση αυτή δίνεται από την εξίσωση

$$sig(x) = \frac{1.0}{1.0 + e^{-x}}$$

2. Η συνάρτηση είναι στο διάστημα [0,1]
3. Παραγωγίζεται εύκολα.
4. Το κακό ειναι πως είναι τοπικά εστιασμένη, δηλαδή έξω από κάποιες τιμές είτε θα τείνει στο 1 είτε στο 0.

Σιγμοειδής συνάρτηση - Γράφημα

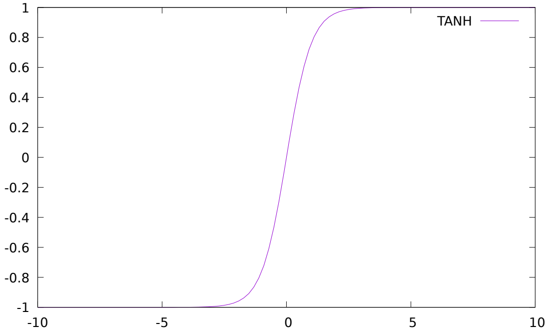


Συνάρτηση Υπερβολικής Εφαπτομένης.

- Μια ακόμα συνάρτηση που χρησιμοποιείται συχνά είναι η υπερβολική εφαπτομένη που ορίζεται ως

$$tanh(x) = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$$

Γράφημα υπερβολικής εφαπτομένης



Εφαρμογές.

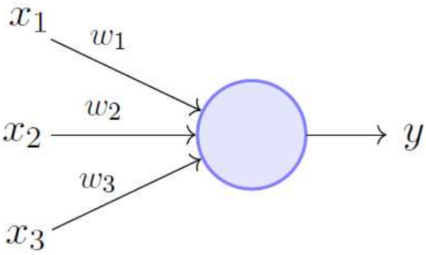
1. Ιατρική πληροφορική όπως και διάγνωση παθήσεων
2. Οικονομικά θέματα όπως χρηματιστηριακές προβλέψεις, εξακρίβωση πιστοληπτικής ικανότητας κτλ.
3. Ανάπτυξη νέων φαρμάκων για ασθένειες.
4. Ανίχνευση βλαβών σε μηχανήματα

Ορισμός δικτύου Perceptron

- Είναι η απλούστερη μορφή ΤΝΔ στα οποία υπάρχει μόνον ένας νευρώνας επεξεργασίας και έχει εφαρμογή κυρίως σε προβλήματα δύο κατηγοριών.
- Αναπτύχθηκε το 1957 στο Αεροναυτικό Εργαστήριο του Κορνέλλ (Cornell Aeronautical Laboratory) από τον Φρανκ Ρόζενμπλατт (Frank Rosenblatt)[1].
- Έμοιαζε πολλά υποσχόμενο δίκτυο στην αρχή.
- Δουλεύει μόνο σε δεδομένα τα οποία είναι γραμμικώς διαχωρίσιμα.
- Με τον καιρό χάθηκε το ενδιαφέρον για αυτά.
- Το ενδιαφέρον αυξήθηκε για αυτά πάλι το 1998 με την παρουσίαση ενός αλγορίθμου οποίος χρησιμοποιεί μία μέθοδο ψηφοφορίας [2].
- Αποτέλεσαν την βάση για τα δίκτυα πολλών επιπέδων.

Σχηματικά

- Σχήμα perceptron



Perceptron Model (Minsky-Papert in 1969)

Ορισμοί

- Σε αυτή την περίπτωση γίνεται ο υπολογισμός

$$u(x) = w^T x + b$$

  όπου x είναι το διάνυσμα εισόδου, w είναι τα βάρη του νευρώνα και b η πόλωση.
- Αν u(x)>0 τότε το πρότυπο πάει στην πρώτη κατηγορία και αν u(x)<0 στην δεύτερη.

Αναπροσαρμογή βαρών

Τα βάρη w αναπροσαρμόζονται σύμφωνα με την εξίσωση:

$$w^{(k+1)} = w^{(k)} + n\,(y(x) - o(x))$$

όπου

1. y(x) είναι η πραγματική έξοδος για το πρότυπο x (+1 και -1)
2. Η συνάρτηση o(x) θα είναι και αυτή +1 και -1 ανάλογα με την έξοδο u(x) του νευρωνικού δικτύου.
3. Αν u(x)>0, τότε o(x)=1 αλλιώς o(x)=-1.
4. n είναι ο ρυθμός μάθησης με $n \in (0, 1)$
5. Συνήθως ο ρυθμός μάθησης πρέπει να είναι μικρός προκειμένου να μην υπάρχουν έντονες μεταβολές.

Βασικός αλγόριθμος

1. Αρχικοποίηση των βαρών $w_i^{(0)}$, $i = 1..d + 1$ (+1 για την πόλωση).
2. Η αρχικοποίηση μπορεί να σημαίνει είτε μηδενισμός των βαρών ειτέ αρχικοποίησή τους σε πολύ μικρές τυχαίες τιμές.
3. Καθορισμός n
4. Καθορισμός EMAX, μέγιστου αριθμού επαναλήψεων.
5. E=0 (αριθμός επαναλήψεων)
6. Για κάθε πρότυπο $x = [1, x_1, x_2, ..., x_d]$ στο σύνολο εκπαίδευσης (το 1 είναι για την πόλωση)
   1. Υπολογισμός της ποσότητας $u(x) = w^T x$
   2. Αν u(x)<0, o(x)=1 αλλιώς o(x)=-1
   3. Ενημέρωση βαρών:
   $$w^{(k+1)} = w^{(k)} + n\,(y(x) - o(x))\,x$$
   4. k=k+1
7. E=E+1
8. Αν δεν υπάρχει μεταβολή βαρών από γενιά σε γενία η E>EMAX τότε ο αλγόριθμος τερματίζει.

Online vs Offline

- Online τρόπος ενημέρωσης: αν τα βάρη αλλάζουν με κάθε πέρασμα ενός προτύπου.
- Offline τρόπος ενημέρωσης: αν τα βάρη θα μεταβληθούν στο τέλος, όταν περάσουν όλα τα πρότυπα.
- Πολλές φορές στον online τρόπο παίζει ρόλο και η σειρά με την οποία εμφανίζονται τα πρότυπα στην είσοδο.
- Για αυτό πρέπει να γίνεται τυχαίο πέρασμα των προτύπων.

Το πρόβλημα XOR

- Το πρόβλημα αυτό δίνεται στον επόμενο πίνακα.

A	B	Υ
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- Δεν μπορεί το δίκτυο Perceptron να το λύσει, καθώς τα πρότυπα δεν είναι γραμμικώς διαχωρισιμα.

Παράδειγμα Μήλα και Πορτοκάλια για το δίκτυο Perceptron

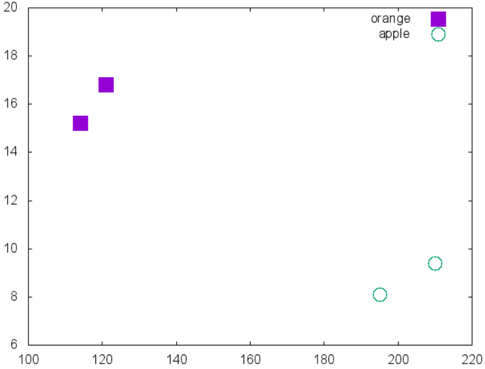
- Για την περιγραφή της διάκρισης μήλα και πορτοκάλια γίνεται χρήση των χαρακτηριστικών Βάρος (gr) και μέγεθος (cm).
- Πορτοκάλια +1 κατηγορία
- Μήλα -1 κατηγορία

Πίνακας φρούτων

- Ο πίνακας των προτύπων

Βάρος	Μέγεθος	Φρούτο	Κατηγορία
121	16.8	Πορτοκάλι	+1
114	15.2	Πορτοκάλι	+1
210	9.4	Μήλο	-1
195	8.1	Μήλο	-1

- Το σχήμα διαχωρισμού



Πρώτο βήμα Αρχικοποίηση βαρών

- Για το παραπάνω παράδειγμα χρειάζονται τρεις τιμές βαρών (2 για τα χαρακτηριστικά και 1 για την πόλωση). Ας υποθέσουμε πως ο πίνακας βαρών αρχικοποιείται αρχικά ως

$$w = [1, 1, 1]$$

- Ο ρυθμός μάθησης n αρχικοποιείται σε n=0.1

Πέρασμα προτύπων

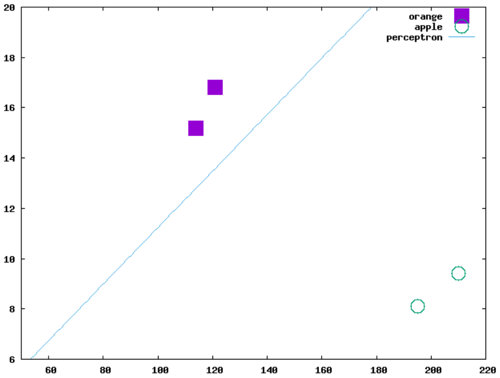
1. Πρότυπο x=[121,16.8,1] , $w^T x = 138.8$, κατηγορία είναι η +1. Επειδή η κατηγορία που παράγεται καθώς και η επιθυμητή είναι η ίδια δεν υπάρχει μεταβολή στα βάρη και επομένως $w = [1, 1, 1]$.
2. Πρότυπο x=[114,15.2,1], $w^T x = 140, 2$, κατηγορία είναι η +1. Επειδή η κατηγορία που παράγεται καθώς και η επιθυμητή είναι η ίδια δεν υπάρχει μεταβολή στα βάρη και επομένως $w = [1, 1, 1]$.
3. Πρότυπο x=[210,9.4,1], $w^T x = 220.4$, κατηγορία είναι η +1. Αυτό όμως έρχεται σε αντίθεση με την πραγματική κατηγορία που είναι η -1. Επομένως με τον κανόνα δέλτα πρέπει να γίνει διόρθωση βαρών από τον τύπο $w = w + n(y(x) - o(x))x$, συνεπώς w=[-41,-0.88,0.8]
4. Πρότυπο x=[195,8.1,1], -8001.328, κατηγορία -1. Επειδή η κατηγορία που παράγεται καθώς και η επιθυμητή είναι η ίδια δεν υπάρχει μεταβολή στα βάρη.

Ευθεία διαχωρισμού

1. Μετά από αρκετά περάσματα παράγεται ο ακόλουθος πίνακας βαρών $w = [-1.8, 16.04, 1.6]$
2. Για να βρούμε την ευθεία διαχωρισμού $w_1 x_1 + w_2 x_2 + b = 0$ θα έχουμε:
   1. Για $x_1 = 100$ θα πάρουμε $x_2 = \frac{-w_1 x_1 - b}{w_2} = \frac{1.8*100-1.6}{16.04} = 11.12$
   2. Για $x_1 = 200$ θα πάρουμε $x_2 = \frac{-w_1 x_1 - b}{w_2} = \frac{1.8*200-1.6}{16.04} = 22.34$
3. Η ευθεία διαχωρισμού είναι η

$$y(x) = (22.34 - 11.12)/100 * (x - 100) + 11.12$$

Ευθεία διαχωρισμού (σχήμα)



Ορισμός δικτύου Adaline

Μοιάζουν αρκετά με τα νευρωνικά Perceptron αλλά μπορούν να χρησιμοποιηθούν και για την μάθηση συναρτήσεων όπως και για την μάθηση (υπό προυποθέσεις) κατηγοριών που δεν είναι μόνον δύο.

1. Διαθέτουν έναν μόνον νευρώνα
2. Έχουν και πάλι ένα συντελεστή μάθησης
3. Η έξοδος δεν ειναι απαραίτητα +1,-1
4. Τα πρότυπα παρουσιάζονται επαναληπτικά στο δίκτυο (Εποχή)
5. Το δίκτυο πάει να εκπαιδεύεται όταν το μέσο τετραγωνικό σφάλμα πέσει κάτω από ένα όριο ή φτάσουμε σε έναν μέγιστο αριθμό εποχών. Το μέσο τετραγωνικό σφάλμα ορίζεται ως

$$E = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}\left(w^T x_i - y_i\right)^2$$

όπου x_i είναι το i πρότυπο εκπαίδευσης και y_i η επιθυμητή έξοδος.

Ο αλγόριθμος adaline

1. Είσοδος τα πρότυπα εισόδου $x_1, x_2, ..., x_M$
2. Είσοδος οι επιθυμητές έξοδοι $y_1, y_2, ..., y_M$
3. Ορισμός e το όριο για το σφάλμα εκπαίδευσης
4. Ορισμός b για την παράμετρο εκπαίδευσης
5. Ορισμός μέγιστο αριθμού εποχών MAXEPOCHS
6. k=1
7. Για κάθε πρότυπο x_i
    1. $u_i = w^T x_i$
    2. $w = w + n * (y_i - u_i) x_i$
8. Υπολογισμός μέσου τετραγωνικό σφάλματος E
9. Αν $E < e$ τερματισμός
10. k=k+1
11. Αν k>MAXEPOCHS τερματισμός

Σαν πρόβλημα βελτιστοποίησης

1. Ελαχιστοποίηση της συνάρτησης σφάλματος:

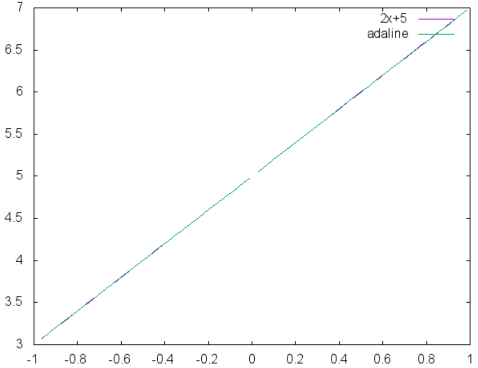
$$E(N(w)) = \sum_{i=1}^{M} \left(N\left(w, x_i\right) - y_i\right)^2$$

2. Παράγωγος συνάρτησης σφάλματος:

$$\frac{\partial E}{\partial w_j} = 2\sum_{i=1}^{M} \left(N\left(w, x_i\right) - y_i\right) x_{ij}$$

Παράδειγμα μάθησης συναρτήσης

- Σε μια πρώτη προσπάθεια έγινε προσέγγιση της συναρτήσεως 2x+5 στο διάστημα [-1,1]

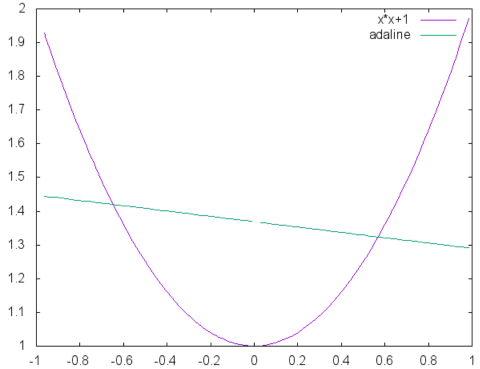


-

- Είναι προφανές πως το δίκτυο κατάφερε να μάθει με μεγάλη επιτυχία την συνάρτηση.

Παράδειγμα μάθησης συναρτήσης(2)

- Προσπάθει για προσέγγιση της συναρτήσεως $x^2 + 1$ στο διάστημα [-1,1]



-
- όπου φαίνεται και η αδυναμία του απλού δικτύου Adaline να προσεγγίσει συναρτήσεις πιο σύνθετες από αυτές της

Σύνοψη

- Παρουσίαση των δικτύων Perceptron
- Παρουσίαση των δικτύων Adaline

Βιβλιογραφία I

- Rosenblatt, Frank (1958), The Perceptron: A Probabilistic Model for Information Storage and Organization in the Brain, Cornell Aeronautical Laboratory, Psychological Review, v65, No. 6, pp. 386–408.
- Freund, Y. and Schapire, R. E. 1998. Large margin classification using the perceptron algorithm. In Proceedings of the 11th Annual Conference on Computational Learning Theory (COLT' 98). ACM Press.