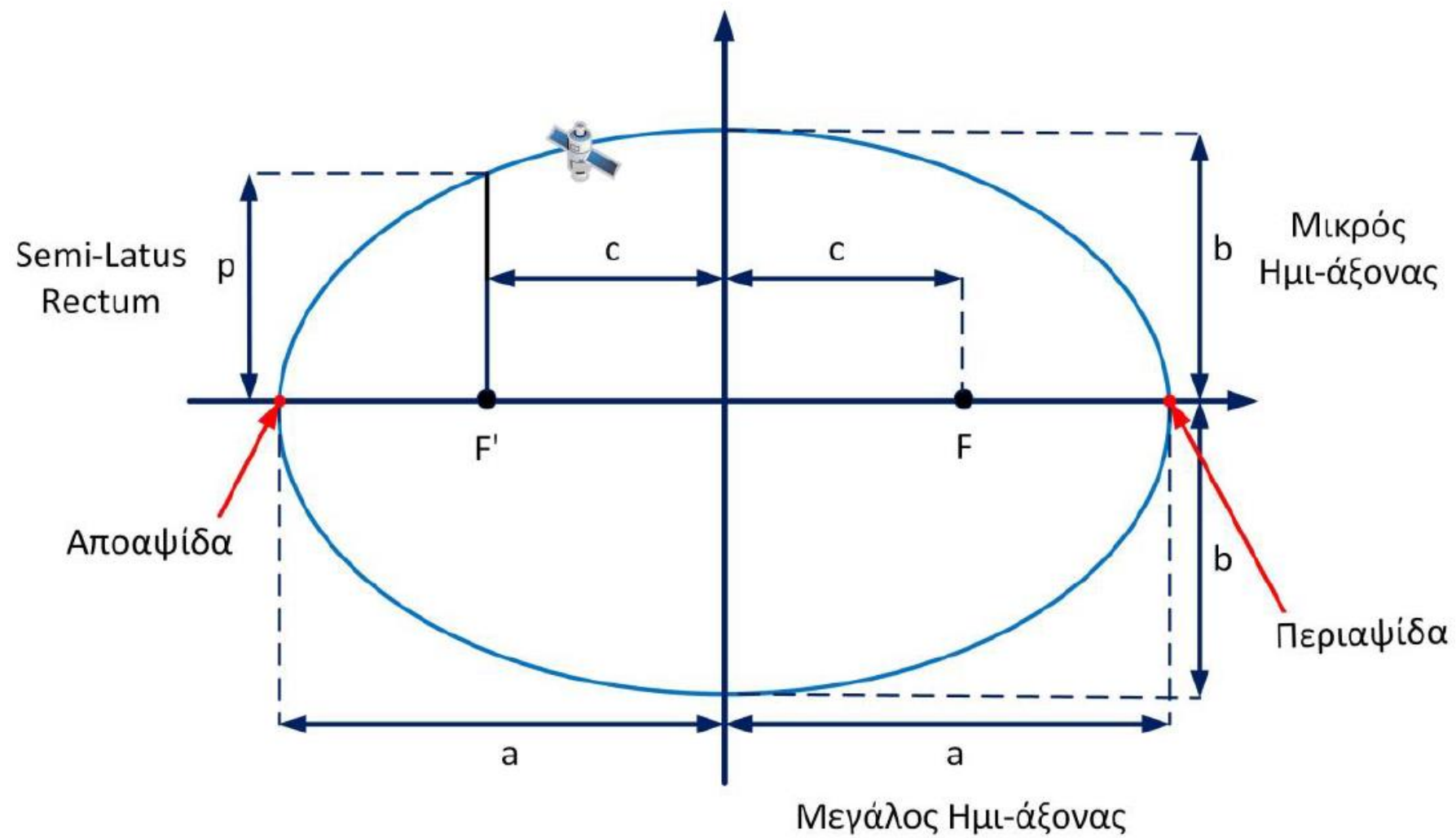


Δορυφορικές Τροχιές

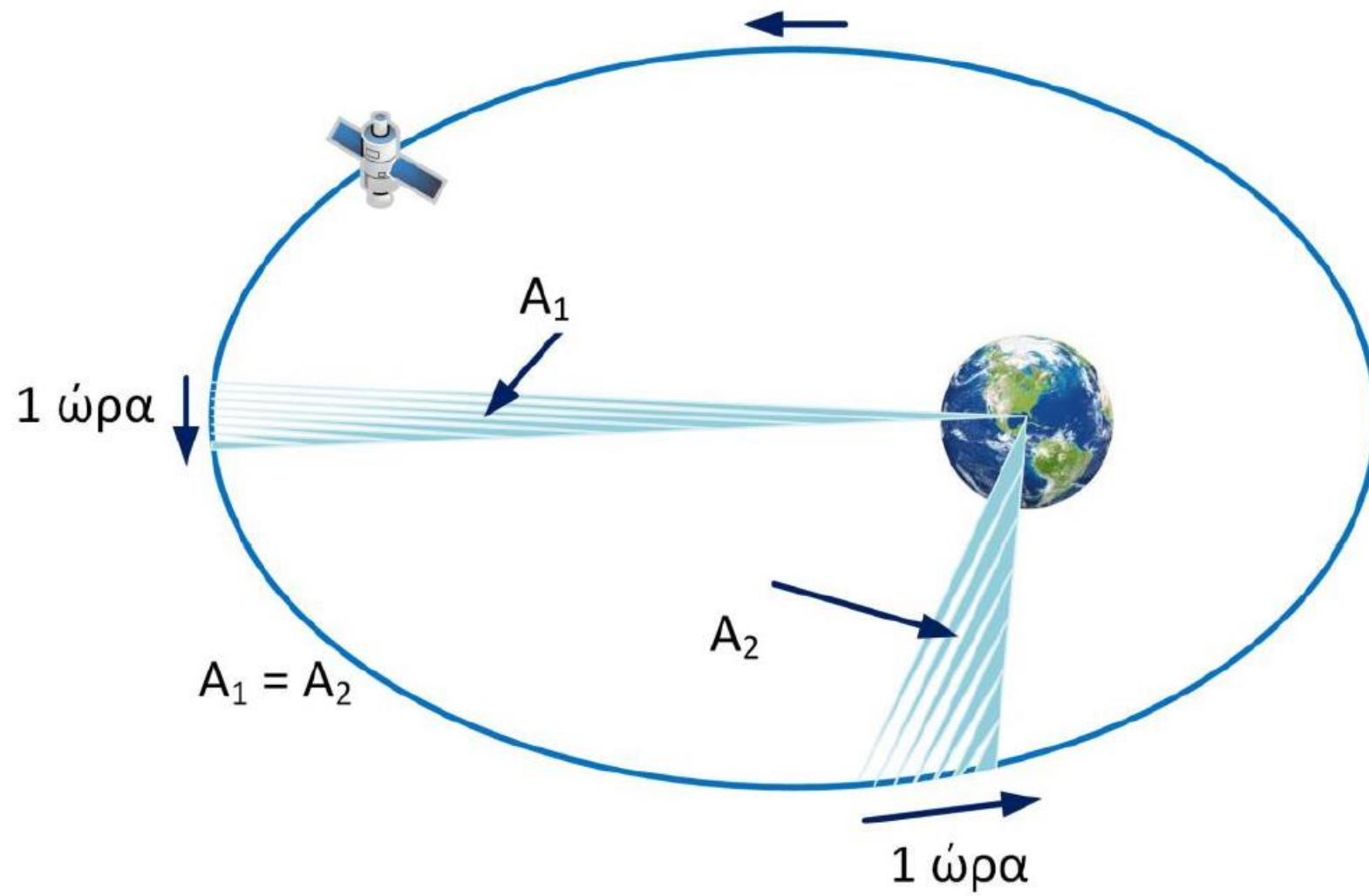
Οι νόμοι κίνησης των πλανητών και των δορυφόρων

Πρώτος Νόμος (1602)	Οι πλανήτες κινούνται σε ένα επίπεδο και οι τροχιές που διαγράφουν είναι ελλείψεις, με τον Ήλιο σε μια εστία.
Δεύτερος Νόμος (1605)	Το ακτινικό διάνυσμα από τον Ήλιο στον πλανήτη καλύπτει (σαρώνει) ίσες επιφάνειες σε ίσους χρόνους.
Τρίτος Νόμος (1618)	Ο λόγος του τετραγώνου της περιόδου (T) της περιστροφής ενός πλανήτη γύρω από τον Ήλιο, προς τον κύβο του μεγάλου ημιάξονα (a) της έλλειψης, είναι ο ίδιος για όλους τους πλανήτες. (Ο λόγος (T^2/a^3) είναι σταθερός).

Οι Νόμοι του Kepler



Σχήμα 2.1 Ο 1^{ος} Νόμος του Kepler



Σχήμα 2.2 Ο 2^{ος} Νόμος του Kepler

Οι Νόμοι του Kepler για τις κινήσεις των πλανητών ακολουθήθηκαν για την κίνηση των δορυφόρων της Γης. Η κίνηση των δορυφόρων γύρω από τη Γη ακολουθεί κατά προσέγγιση τους νόμους τους Kepler, με τις ακόλουθες υποθέσεις:

- Η μάζα m του δορυφόρου είναι μικρή σε σχέση με τη μάζα M της Γης ($m \ll M$), που υποτίθεται είναι σφαιρική και ομογενής.
- Η κίνηση συμβαίνει στον ελεύθερο χώρο. Τα μόνα σώματα που υπάρχουν είναι ο δορυφόρος και η Γη.

Τη θεωρία της πλανητικής κίνησης ήρθε να εξιχνιάσει ο Isaac Newton (1642 – 1727) ο οποίος συνέλαβε, μεταξύ άλλων, τον Νόμο της Βαρύτητας και τους Νόμους της Κίνησης. Οι νόμοι, όμως, του Kepler στηρίζονταν σε πειραματικά και θεωρητικά δεδομένα, ενώ δεν εξηγούσαν τον τρόπο της κίνησης των πλανητών. Οι νόμοι του Newton από την άλλη πλευρά χαρακτηρίζουν τις δυνάμεις, που αναγκάζουν τους δορυφόρους να ακολουθούν τροχιές που υπακούουν στους νόμους του Kepler. Στο πρώτο βιβλίο της “Principia”, ο Newton εισάγει τους 3 Νόμους της Κίνησης.

Πρώτος Νόμος (Αδράνειας)	Κάθε σώμα παραμένει σε αδράνεια ή συνεχίζει την ομοιόμορφη κίνησή του σε ευθεία γραμμή, εκτός αν εξαναγκασθεί σε αλλαγή της κατάστασης από εξωτερικές δυνάμεις.
Δεύτερος Νόμος	Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής είναι ανάλογος της δύναμης που ασκείται και είναι στην ίδια κατεύθυνση με τη δύναμη ($F=ma$).
Τρίτος Νόμος	Σε κάθε “Δράση” αντιστοιχεί και μια ίση και αντίθετη “Αντίδραση”.

$$\vec{F}_g = -\frac{GMm}{r^2} \hat{r} = -\frac{GMm}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} = -m \frac{\mu}{r^2} \hat{r}$$

όπου:

$\vec{F}_g$ η ελκτική δύναμη που ασκείται στη μάζα m από τη μάζα M (είναι και ο λόγος ύπαρξης του αρνητικού προσήμου),

r η απόσταση μεταξύ των μαζών,

$\vec{r}$ το διάνυσμα με κατεύθυνση από τη μάζα M στη μάζα m ,

G είναι η Παγκόσμια Σταθερά της Βαρύτητας, $G=6,672 \times 10^{-11} \text{ kg}^{-1} \text{ m}^3 \text{ sec}^{-2}$,

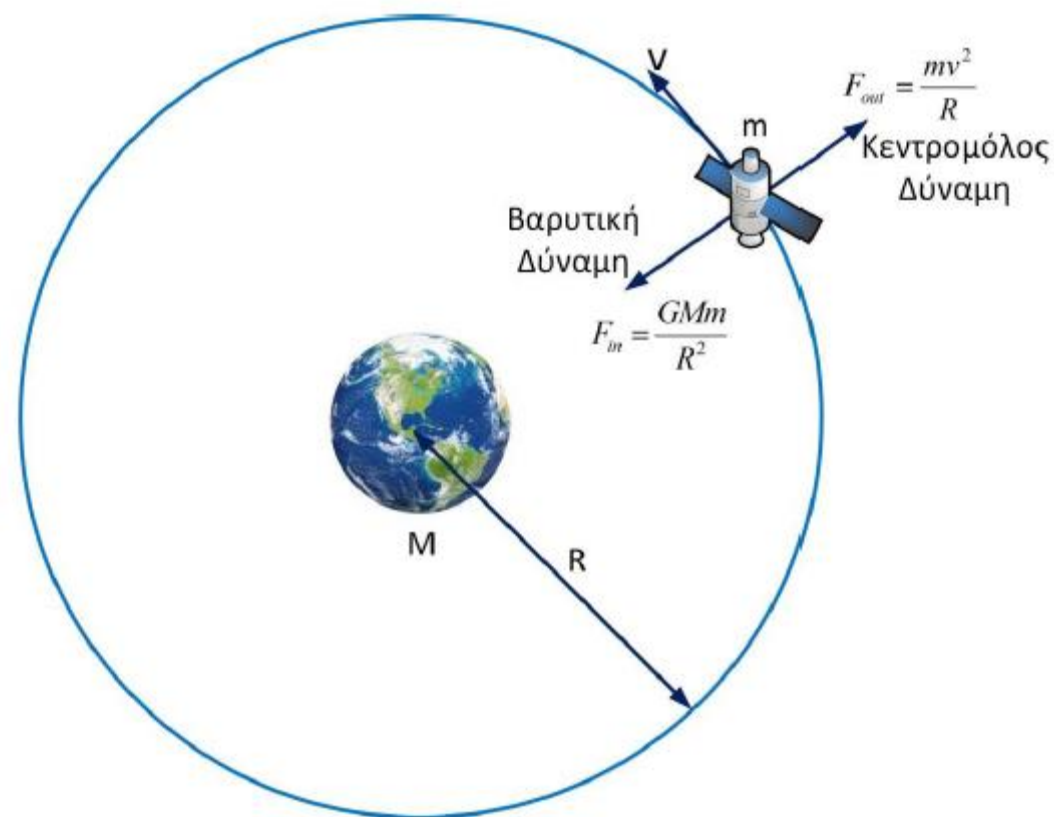
M είναι η μάζα της Γης, $M=5,974 \times 10^{24} \text{ kg}$,

m η μάζα του δορυφόρου,

$\mu=GM=3,986 \times 10^{14} \text{ m}^3 \text{ sec}^{-2}$.

Σε σταθερή τροχιά, υπάρχουν δύο κύριες δυνάμεις που ενεργούν σε έναν δορυφόρο: μια κεντρομόλος δύναμη (F_{in}), λόγω της βαρυτικής έλξης του πλανήτη γύρω από τον οποίο περιστρέφεται ο δορυφόρος, η οποία προσπαθεί να τραβήξει τον δορυφόρο κάτω, προς τον πλανήτη και μια φυγόκεντρος δύναμη (F_{out}) λόγω της κινητικής ενέργειας του δορυφόρου, η οποία προσπαθεί να ωθήσει τον δορυφόρο σε μια υψηλότερη τροχιά. Αν αυτές οι δύο δυνάμεις είναι ίσες, τότε ο δορυφόρος θα παραμείνει σε σταθερή τροχιά. Στο Σχήμα 2.3 απεικονίζεται ο δορυφόρος με μάζα m που κινείται με ταχύτητα v στο επίπεδο της τροχιάς. Για να υπάρχει σταθερή τροχιά, θα πρέπει:

$$\vec{F}_{in} = \vec{F}_{out} \Rightarrow m \frac{\mu}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{\mu}{r}}$$



Σχήμα 2.3 Νόμος κίνησης του Newton για σταθερή τροχιά

Στον Πίνακα 2.3 απεικονίζεται το ύψος, η τροχιακή ταχύτητα και η περίοδος για διάφορα δορυφορικά συστήματα. Υπογραμμίζεται ότι η μέση ακτίνα της Γης είναι 6.378,137km και η ακτίνα ενός γεωστατικού δορυφόρου (GEO) από το κέντρο της Γης είναι 42.164,17km.

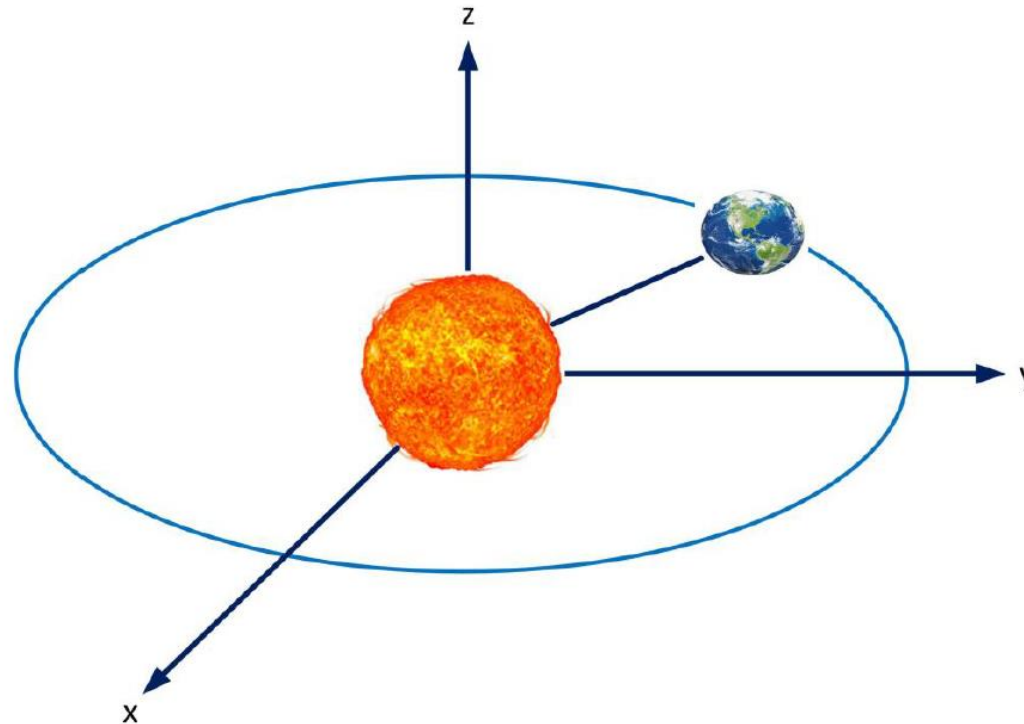
Δορυφορικό Σύστημα	Ύψος (km)	Ταχύτητα (km/s)	Τροχιακή Περίοδος		
			<i>h</i>	<i>min</i>	<i>sec</i>
Intelsat (GEO)	35.786,03	3,0747	23	56	4,1
New-ICO (MEO)	10.255	4,8954	5	55	48,4
Skybridge (LEO)	1.469	7,1272	1	55	17,8
Iridium (LEO)	780	7,4624	1	40	27,0

Πίνακας 2.3 Τροχιακή ταχύτητα, ύψος και περίοδος δορυφορικών συστημάτων

Συστήματα συντεταγμένων

Ηλιοκεντρικό σύστημα συντεταγμένων

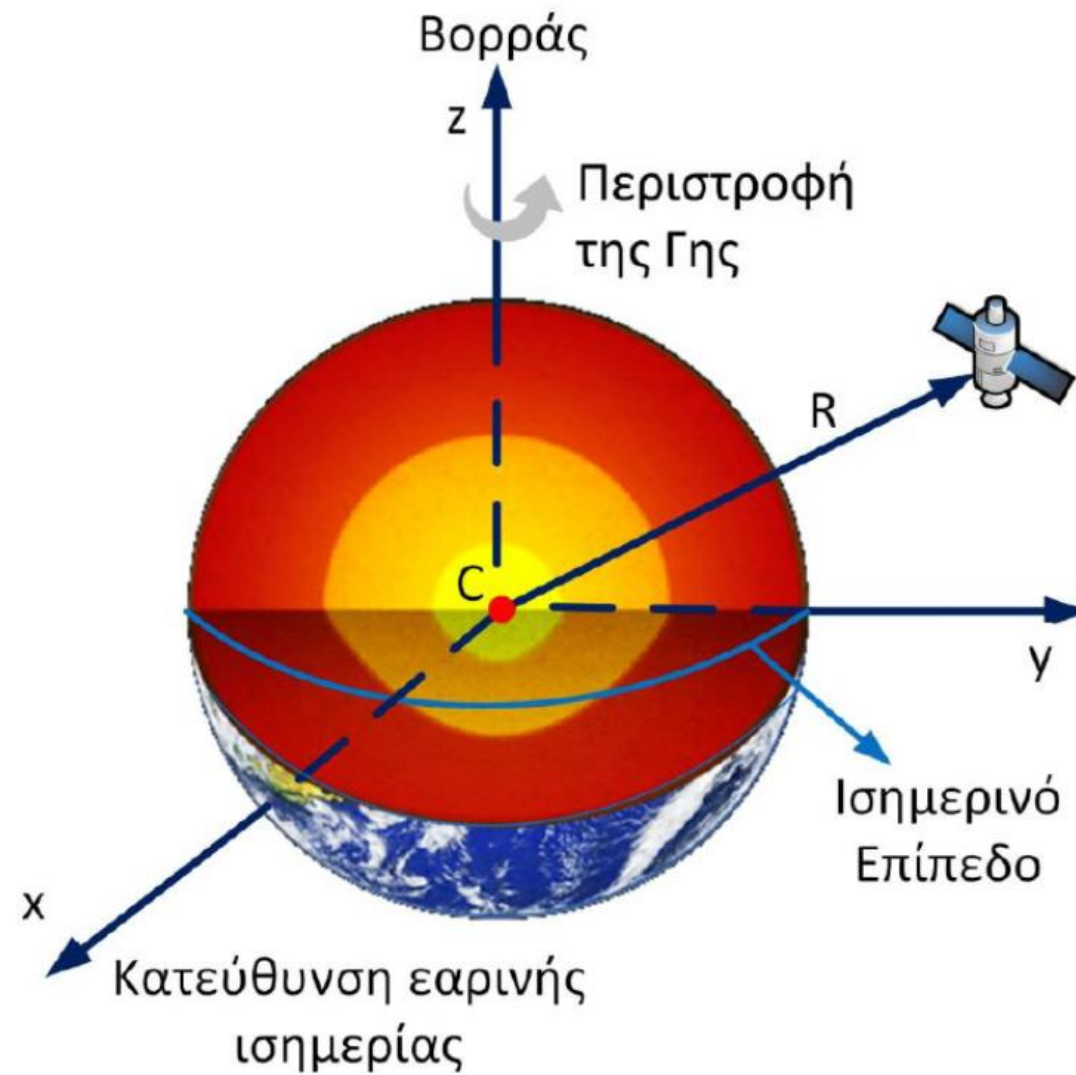
Το ηλιοκεντρικό σύστημα συντεταγμένων (Σχήμα 2.4) χρησιμοποιείται στην περιγραφή της κίνησης των πλανητών στο ηλιακό σύστημα. Το κέντρο του συστήματος είναι ο Ήλιος, και το βασικό επίπεδο xy , συμπίπτει με το επίπεδο της τροχιάς της Γης γύρω από τον Ήλιο. Ο άξονας x ορίζεται από τη θέση της Γης κατά την εαρινή ισημερία, ενώ ο άξονας y λαμβάνεται ανατολικά του x και ο z άξονας έχει τη θετική του κατεύθυνση προς βορρά.



Σχήμα 2.4 Ηλιοκεντρικό σύστημα συντεταγμένων

Γεωκεντρικό σύστημα συντεταγμένων

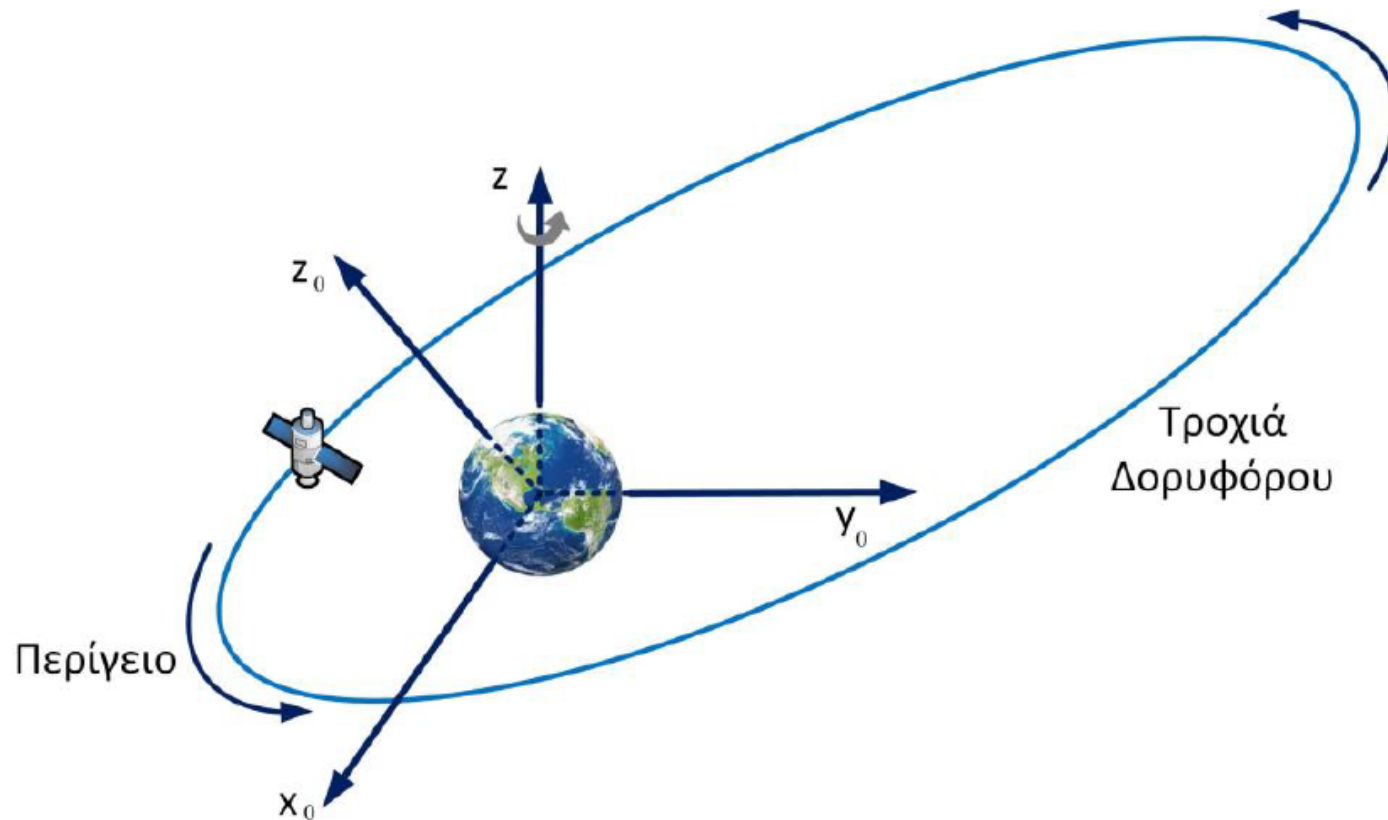
Ήταν το αρχικό σύστημα συντεταγμένων που θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί για την περιγραφή της σχέσης μεταξύ της Γης και ενός δορυφόρου. Το βασικό επίπεδο xy ταυτίζεται στην περίπτωση αυτή με το επίπεδο του ισημερινού, ενώ το κέντρο του συστήματος ταυτίζεται με το κέντρο της Γης. Ο άξονας x ορίζεται από τη θέση της Γης κατά την κατεύθυνση της εαρινής ισημερίας. Η κατεύθυνση είναι πάντα η ίδια, όποια και να είναι η θέση της Γης γύρω από τον Ήλιο και βρίσκεται στην κατεύθυνση του πρώτου σημείου του Κριού (first point of Aries). Το πρώτο σημείο του Κριού είναι η κατεύθυνση μιας γραμμής από το κέντρο τη Γης μέχρι το κέντρο του Ήλιου στην εαρινή ισημερία (περίπου 21 Μαρτίου στο βόρειο ημισφαίριο). Ο άξονας y λαμβάνεται ανατολικά του x και ο z είναι ο περιστροφικός άξονας που έχει τη θετική του κατεύθυνση προς τον γεωγραφικό βόρειο πόλο. Το γεωκεντρικό σύστημα συντεταγμένων φαίνεται στο Σχήμα 2.5. Αυτό το σύστημα συντεταγμένων κινείται στον χώρο, δηλαδή μετατοπίζεται, καθώς η Γη κινείται στην τροχιά της γύρω από τον Ήλιο, αλλά δεν περιστρέφεται, καθώς η Γη περιστρέφεται.



Σχήμα 2.5 Γεωκεντρικό σύστημα συντεταγμένων

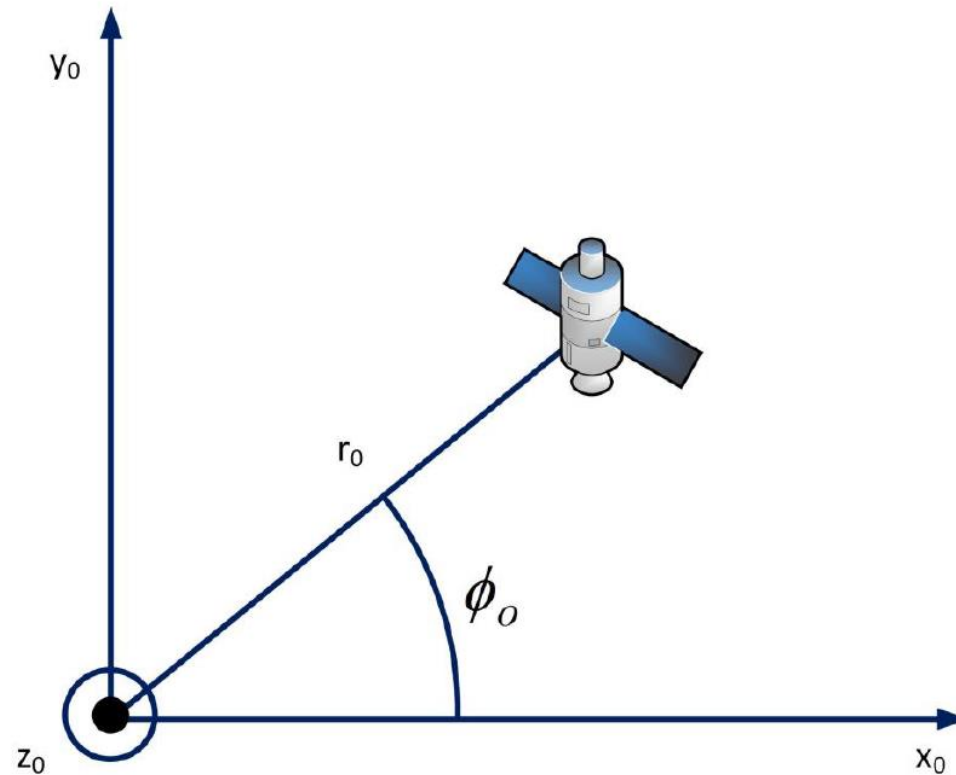
Καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων

Στο σύστημα αυτό το βασικό επίπεδο x_0y_0 καθορίζεται ως το τροχιακό επίπεδο της κίνησης του δορυφόρου γύρω από τη Γη, ενώ το κέντρο του συστήματος ταυτίζεται με αυτό της Γης (Σχήμα 2.6). Ο άξονας x_0 είναι στην κατεύθυνση του περίγειου (θέση ελάχιστης απόστασης από τη Γη του δορυφόρου επί του μεγάλου άξονα της ελλειπτικής τροχιάς), ενώ ο άξονας y_0 περιστρέφεται κατά 90° κατά την κατεύθυνση της τροχιάς του δορυφόρου. Τέλος, ο άξονας z_0 συμπληρώνει ένα δεξιόστροφο τρισσορθogώνιο σύστημα συντεταγμένων, ο οποίος είναι κάθετος στο τροχιακό επίπεδο και διαφορετικός από τον γεωγραφικό άξονα z της Γης. Η μόνη περίπτωση να συμπίπτουν αυτοί οι δύο άξονες είναι η περίπτωση της γεωστατικής τροχιάς.



Πολικό σύστημα συντεταγμένων

Η θέση ενός δορυφόρου σε σχέση με ένα σημείο πάνω στη Γη, καθορίζεται συνήθως με το λεγόμενο πολικό σύστημα συντεταγμένων του συγκεκριμένου σημείου πάνω στο τροχιακό επίπεδο, όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 2.7. Το επίπεδο της τροχιάς συμπίπτει με το επίπεδο του βιβλίου. Ως κέντρο του συστήματος συντεταγμένων λαμβάνεται το κέντρο της Γης και ο άξονας z_0 διέρχεται από το επίπεδο του βιβλίου από το κέντρο της Γης και είναι κάθετος στο τροχιακό επίπεδο. Η θέση του δορυφόρου περιγράφεται από την ακτίνα από το κέντρο της Γης r_0 και τη γωνία ϕ_0 που δημιουργείται με τον άξονα x_0 (Pratt, Bostian & Allnutt, 2009).



Σχήμα 2.7 Πολικό σύστημα συντεταγμένων

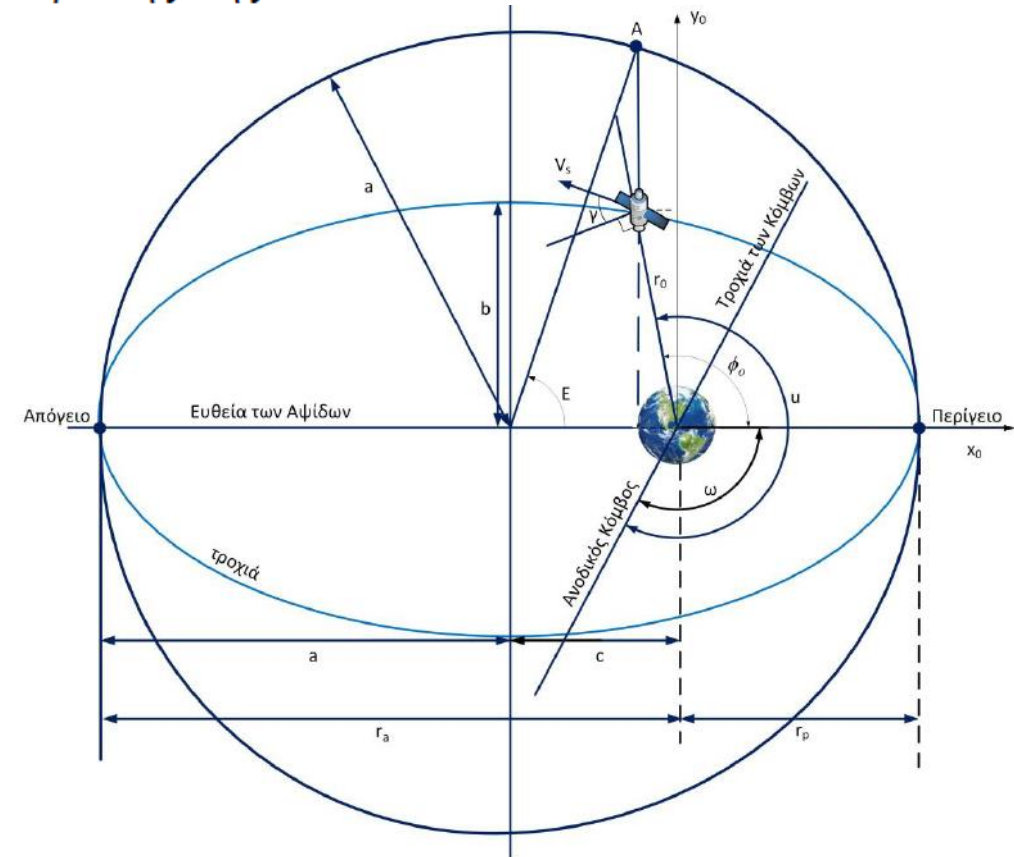
Οι κυριότερες παράμετροι της τροχιάς, που λαμβάνουμε υπόψη για τους υπολογισμούς της κίνησης των δορυφόρων, παρουσιάζονται στη συνέχεια.

Απόγειο (r_a). Το πιο απομακρυσμένο σημείο από τη Γη. Μετριέται από το κέντρο της Γης.

Περίγειο (r_p). Το πιο κοντινό σημείο στη Γη. Μετριέται από το κέντρο της Γης.

Γραμμή των αψίδων. Η γραμμή που ενώνει το περίγειο και απόγειο μέσα από το κέντρο της Γης.

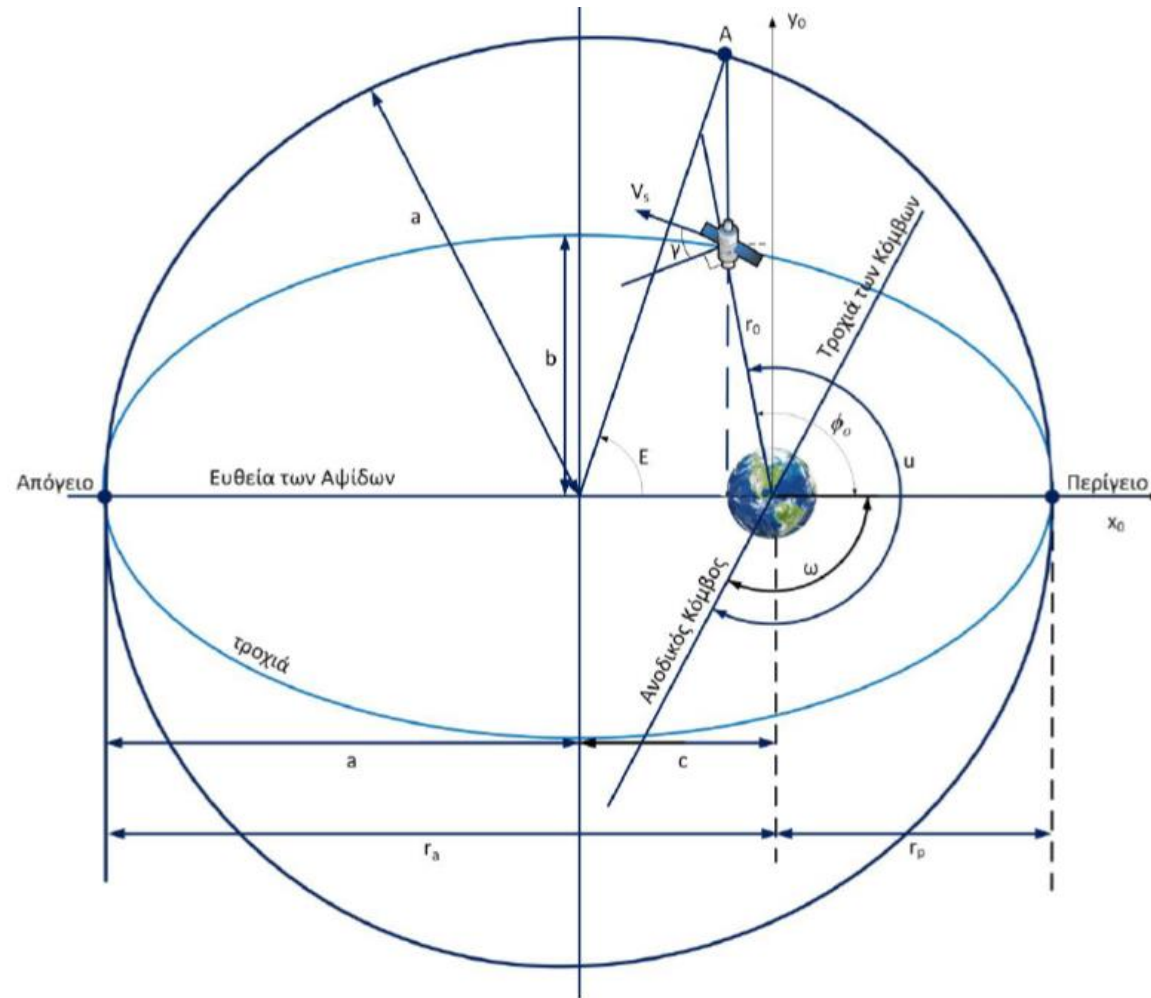
Γραμμή των κόμβων. Είναι η τομή του τροχιακού επιπέδου με το ισημερινό επίπεδο. Η γραμμή που ενώνει δύο σημεία της τροχιάς που ονομάζονται κόμβοι μέσα από το κέντρο της Γης.



Σχήμα 2.8 Οι παράμετροι της τροχιάς ενός δορυφόρου

Ανοδικός κόμβος. Το σημείο της τροχιάς που ανήκει στη γραμμή των κόμβων στην κατεύθυνση που ο δορυφόρος περνά από το επίπεδο του ισημερινού με κατεύθυνση από Νότο προς Βορρά.

Καθοδικός κόμβος. Το σημείο της τροχιάς που ανήκει στη γραμμή των κόμβων στην κατεύθυνση που ο δορυφόρος περνά από το επίπεδο του ισημερινού με κατεύθυνση από Βορρά προς Νότο.

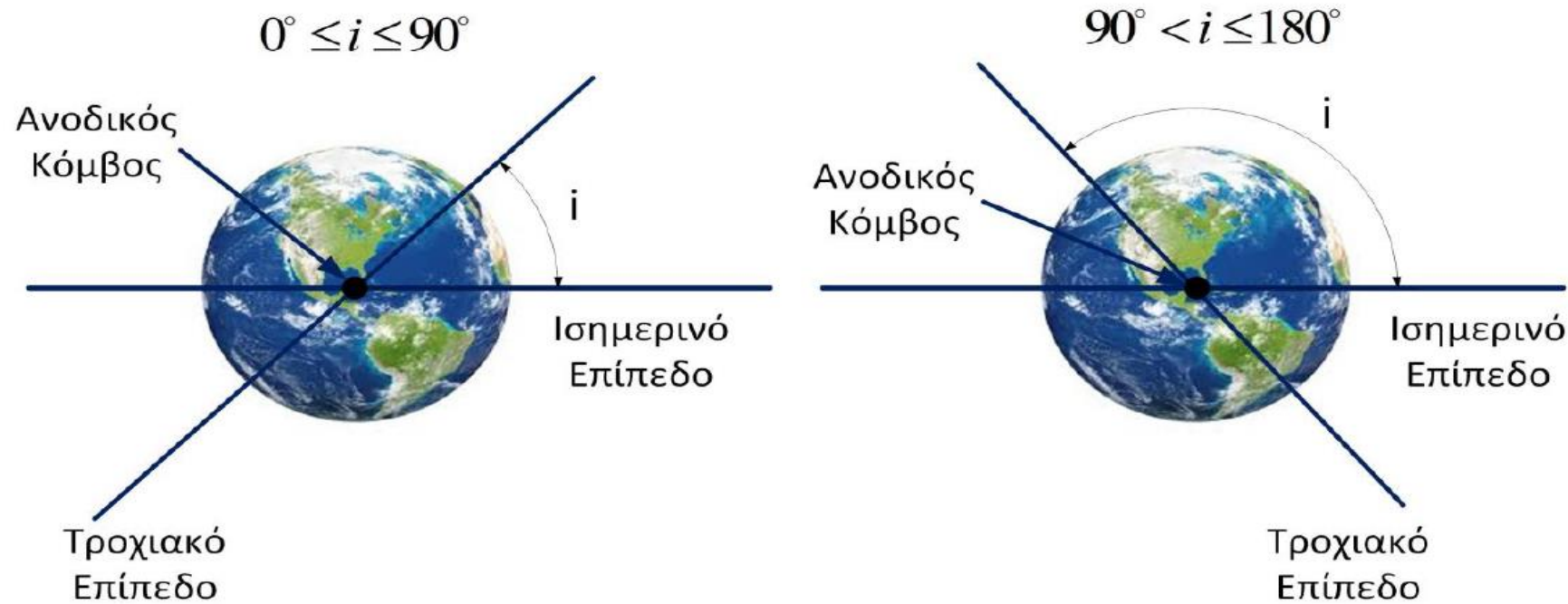


Σχήμα 2.8 Οι παράμετροι της τροχιάς ενός δορυφόρου

Έγκλιση (i). Η γωνία μεταξύ του τροχιακού επιπέδου και του επιπέδου του ισημερινού της Γης. Έχει μετρηθεί στον ανοδικό κόμβο από τον ισημερινό προς την τροχιά, με κατεύθυνση από την Ανατολή προς το Βορρά. Ένας δορυφόρος, που βρίσκεται σε τροχιά στο ισημερινό επίπεδο ($i=0^\circ$), είναι σε ισημερινή τροχιά. Ένας δορυφόρος, που έχει γωνία κλίσης 90° σε σχέση με το ισημερινό επίπεδο, βρίσκεται σε πολική τροχιά. Η τροχιά μπορεί να είναι ελλειπτική ή κυκλική, ανάλογα με την τροχιακή ταχύτητα και την κατεύθυνση της κίνησης που προσδίδεται στον δορυφόρο κατά την εισαγωγή του σε τροχιά.

Ορθή τροχιά (prograde orbit). Είναι μια τροχιά στην οποία ο δορυφόρος κινείται προς την ίδια κατεύθυνση, όπως η περιστροφή της Γης, δηλαδή ανατολικά, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.9. Η τροχιά είναι, επίσης, γνωστή ως άμεση τροχιά (direct orbit) ή μη-ανάδρομη. Η κλίση της ορθής τροχιάς βρίσκεται πάντα μεταξύ 0° και 90° . Οι περισσότεροι δορυφόροι μπαίνουν σε κίνηση σε ορθή τροχιά, επειδή η ταχύτητα περιστροφής της Γης παρέχει μέρος της τροχιακής ταχύτητας, με αποτέλεσμα την εξοικονόμηση ενέργειας εκτόξευσης.

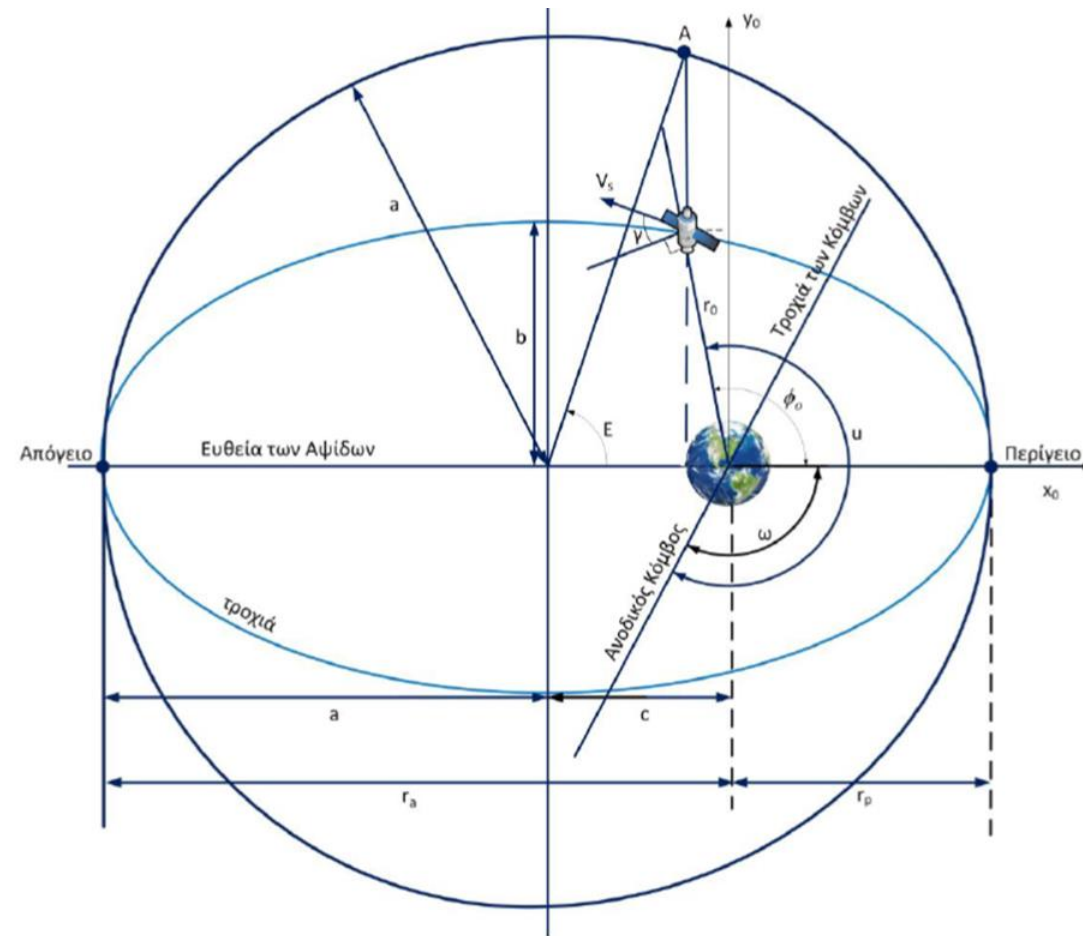
Ανάδρομη τροχιά (retrograde orbit). Είναι μια τροχιά στην οποία ο δορυφόρος κινείται σε αντίθετη κατεύθυνση με την περιστροφή της Γης, δηλαδή δυτικά, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.9. Η κλίση της ανάδρομης τροχιάς βρίσκεται πάντοτε μεταξύ 90° και 180° .



Σχήμα 2.9 Ορθή και ανάδρομη τροχιά ενός δορυφόρου

Αληθής Ανωμαλία (ϖ_o). Η γωνία μεταξύ της διεύθυνσης του περιγείου και της διεύθυνσης του δορυφόρου. Μετράται από τον άξονα x_o , που θεωρείται ότι διέρχεται από το περίγειο (Σχήμα 2.8). Είναι θετική στην κατεύθυνση κίνησης του δορυφόρου (0° - 360°).

Εκκεντρική Ανωμαλία (E). Η γωνία που σχηματίζεται από τη διεύθυνση του περιγείου και την ακτίνα του κύριου κύκλου που διέρχεται από το σημείο του κύριου κύκλου που τέμνει η ευθεία που διέρχεται από τον δορυφόρο και είναι κάθετη στον μεγάλο ημι-άξονα (Σχήμα 2.8).

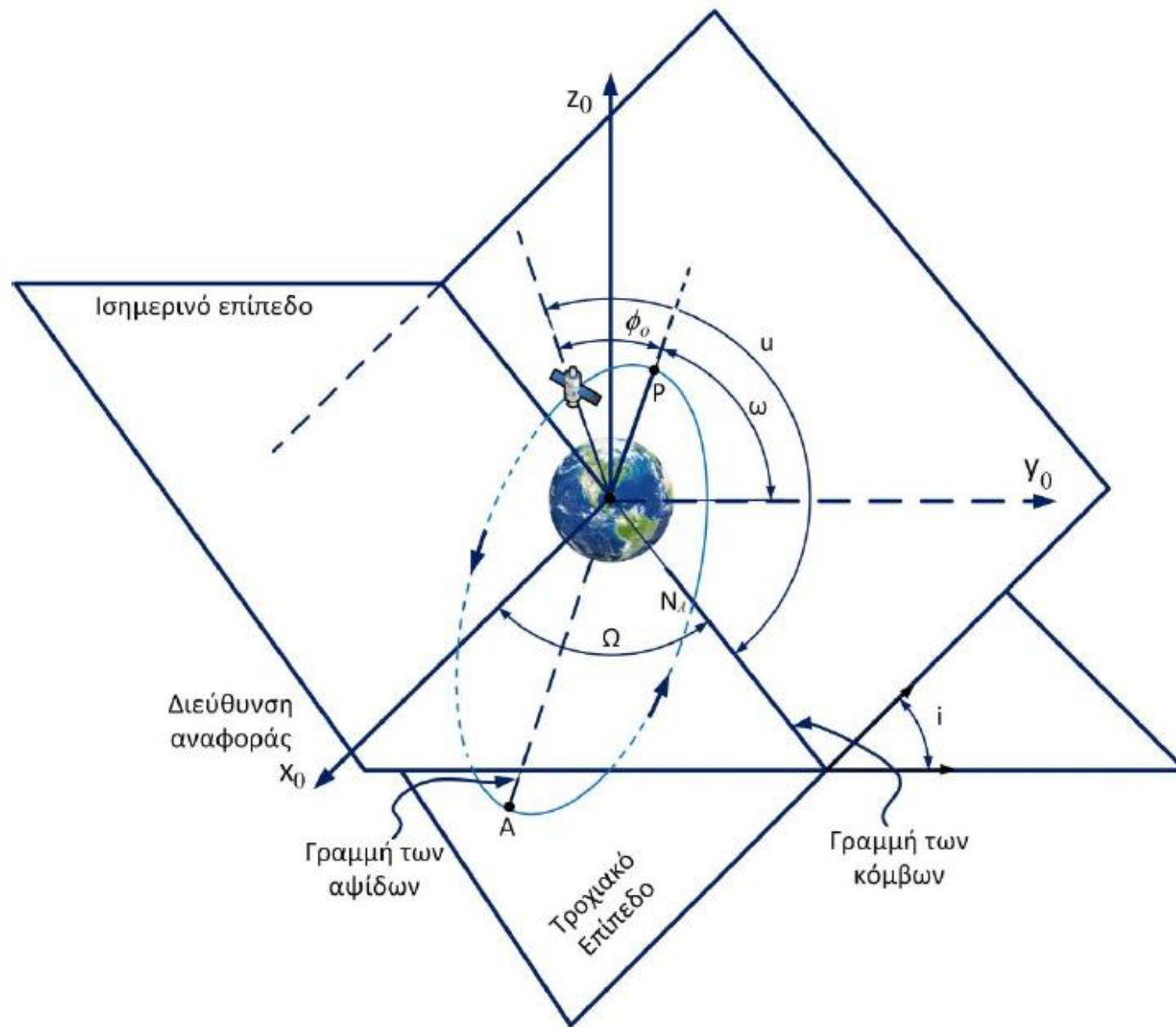


Σχήμα 2.8 Οι παράμετροι της τροχιάς ενός δορυφόρου

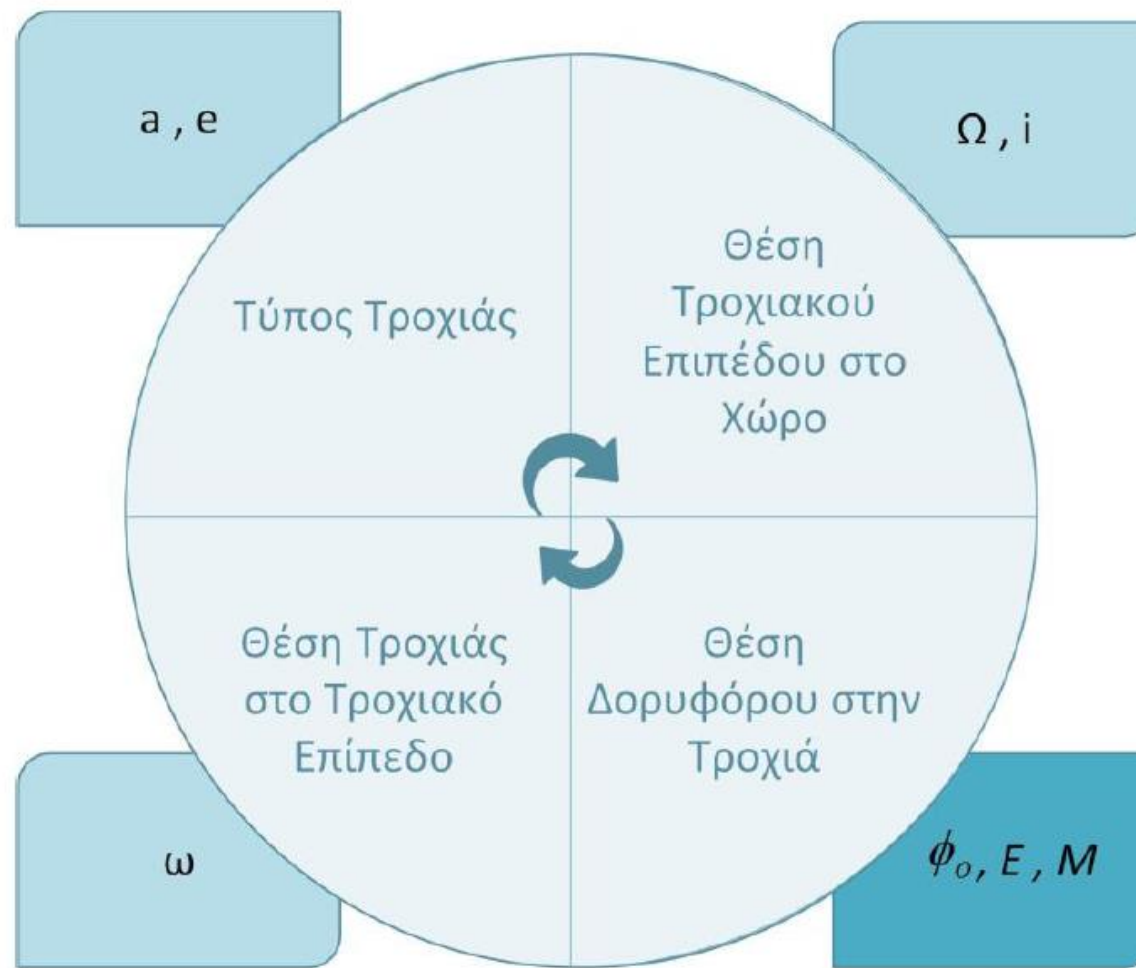
Ορθή Άνοδος του Ανοδικού Κόμβου (Ω) (Right Ascension of Ascending Node, RAAN). Είναι η γωνία που σχηματίζεται από τον άξονα Ox_0 , δηλαδή την κατεύθυνση της εαρινής ισημερίας και του διανύσματος που ενώνει το κέντρο της Γης με τον Ανοδικό Κόμβο (Σχήμα 2.10). Είναι γωνία που εκτιμάται θετική με εύρος από 0° ως 360° και ουσιαστικά δίνει την περιστροφή του τροχιακού επιπέδου ως προς τον άξονα Oz_0 , μετρούμενη από τον Ox_0 .

Όρισμα του Περιγείου (ω) (Argument of Perigee). Προσδιορίζει τον προσανατολισμός της τροχιάς στο τροχιακό επίπεδο, ορίζεται από το πού είναι η γωνία μεταξύ της διεύθυνσης του Ανοδικού Κόμβου και της διεύθυνσης του Περιγείου (Σχήμα 2.10). Είναι μια γωνία που εκτιμάται θετική από 0° ως 360° , στην διεύθυνση κίνησης του δορυφόρου.

Κομβική γωνιακή επιμήκυνση (u) (nodal angular elongation). Είναι η γωνία μεταξύ της διεύθυνσης του ανοδικού κόμβου και της διεύθυνσης του δορυφόρου (Σχήμα 2.10). Είναι μια γωνία που εκτιμάται θετική από 0° ως 360° , στη διεύθυνση κίνησης του δορυφόρου



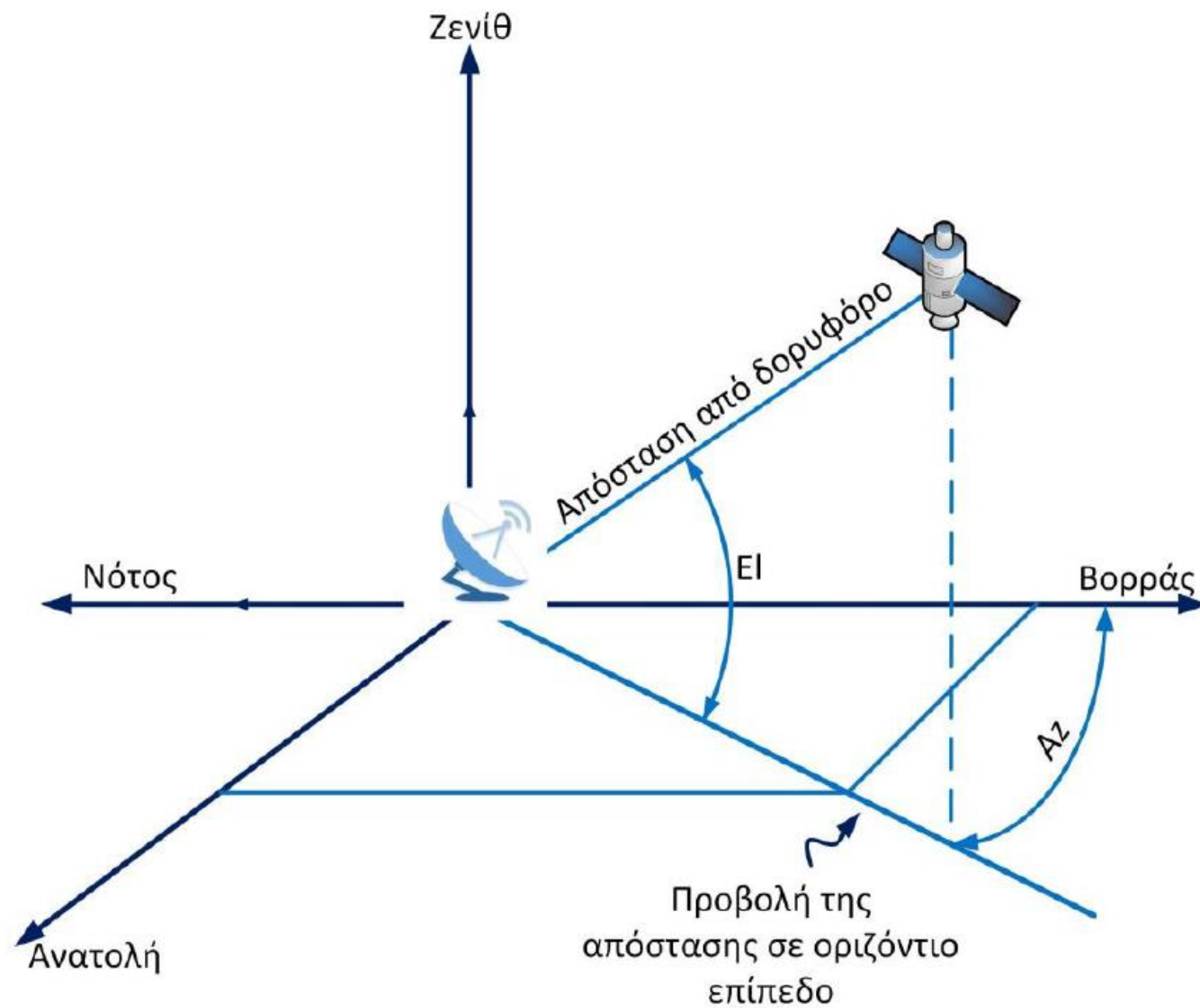
Σχήμα 2.10 Οι παράμετροι της τροχιάς ενός δορυφόρου στον χώρο



- Θέση Δορυφόρου στο Διάστημα
- Θέση Δορυφόρου στην Τροχιά

Σχήμα 2.11 Οι παράμετροι υπολογισμού της τροχιάς του δορυφόρου

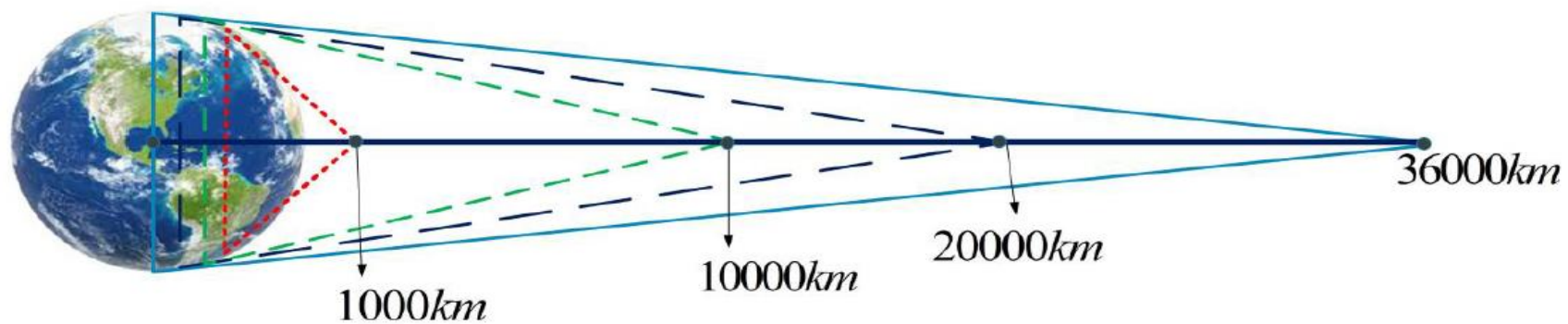
Ένα πολύ σημαντικό στοιχείο στον εντοπισμό της θέσης, και άρα της σκόπευσης, ενός δορυφόρου είναι οι γωνίες σκόπευσης. Αυτές είναι οι συντεταγμένες, στις οποίες πρέπει να στοχεύει μία κεραία ενός επίγειου σταθμού, για να μπορεί να επικοινωνήσει με έναν δορυφόρο. Εκφράζονται συνήθως ως γωνία αζιμουθίου *Az* (azimuth) και γωνία ανύψωσης *El* (elevation). Μία άλλη έκφραση των συντεταγμένων είναι μέσω των γωνιών της ορθής ανόδου και της απόκλισης, όπως απεικονίζονται στο Σχήμα 2.18. Το αζιμούθιο μετριέται προς τα ανατολικά σύμφωνα με τους ωρολογιακούς δείκτες από το γεωγραφικό βορρά μέχρι την προβολή της διαδρομής του δορυφόρου σε ένα τοπικό οριζόντιο επίπεδο στον επίγειο σταθμό. Η γωνία ανύψωσης είναι η γωνία που μετριέται προς τα επάνω από το τοπικό οριζόντιο επίπεδο του επίγειου σταθμού μέχρι τη διαδρομή του δορυφόρου, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.21.



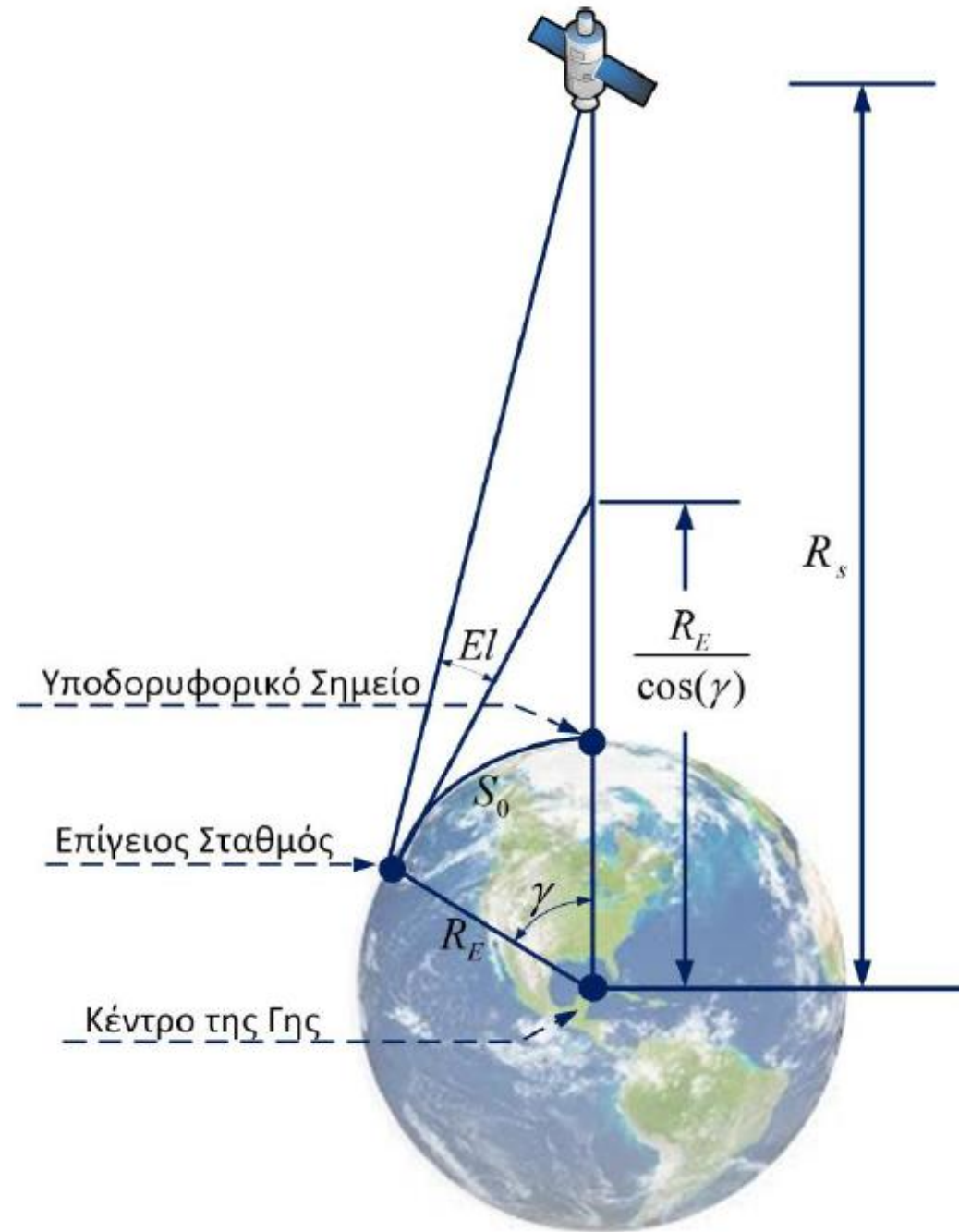
Σχήμα 2.21 Γωνίες αζιμουθίου και ανύψωσης για τον εντοπισμό ενός δορυφόρου από τη Γη

Υψόμετρο δορυφόρου (km)	Περιοχή κάλυψης (% της επιφάνειας της Γης)
200	1,5
300	2,0
400	2,5
500	3,0
600	3,5
700	4,5
800	5,5
900	6,0
1.000	7,0
2.000	12,0
4.000	18,5
5.000	21,5
6.000	24,0
7.000	26,0
8.000	27,5
9.000	29,0
10.000	30,0
15.000	35,0
20.000	37,5
25.000	40,0
30.000	41,5
36.000	43,0

Μεταβολή της περιοχής κάλυψης της Γης ως συνάρτηση του υψόμετρου του δορυφόρου



Έλεγχος ορατότητας



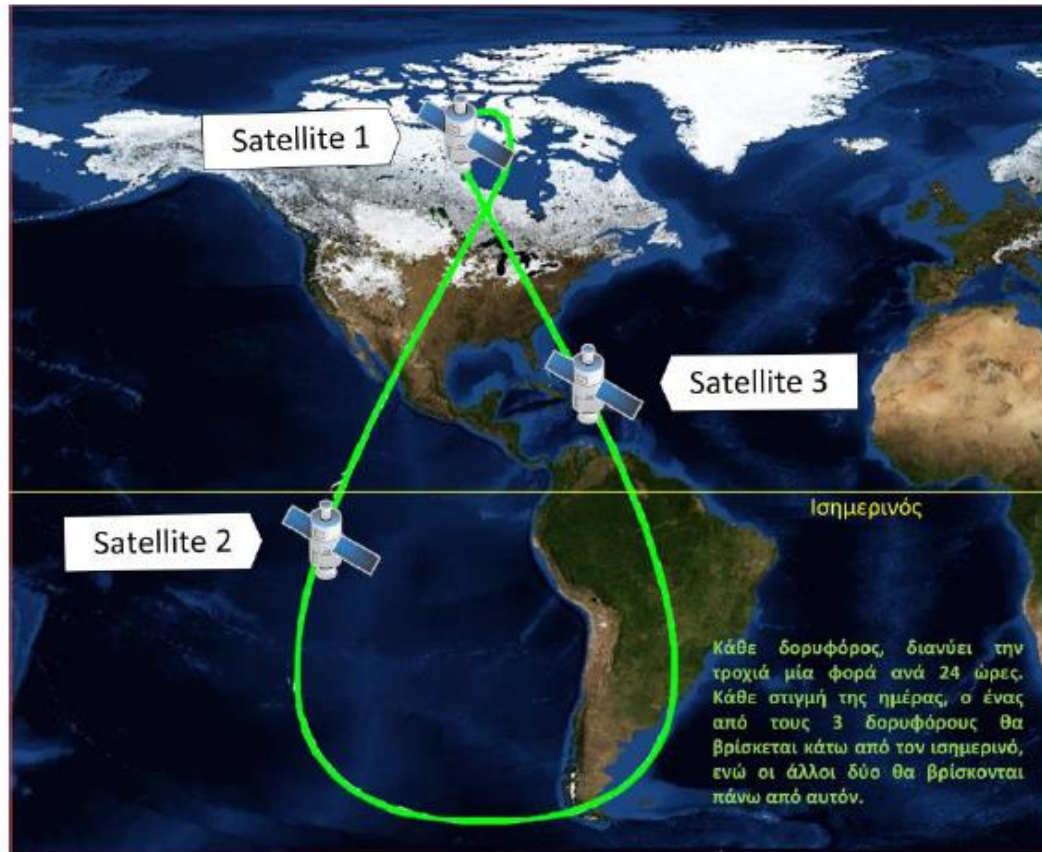
Τροχιές Molniya

Οι τροχιές αυτές χρησιμοποιούνται ευρέως από τη Ρωσία και άλλες χώρες της πρώην Σοβιετικής Ένωσης για την παροχή υπηρεσιών επικοινωνίας. Τυπικές τιμές εκκεντρικότητας και έγκλισης για την τροχιά Molniya είναι 0,6-0,75 και $63,44^\circ$ αντίστοιχα. Τα σημεία του απογείου και του περιγείου βρίσκονται περίπου 40.000km και περίπου 400km αντίστοιχα από την επιφάνεια της Γης. Τυπικές τιμές των παραμέτρων της τροχιάς απεικονίζονται στον Πίνακα 2.8 και το ίχνος στην επιφάνεια της Γης δίνεται στο Σχήμα 2.33, όπως έχει αποτυπωθεί από το λογισμικό πρόγραμμα Systems Toolkit της εταιρίας [AGI](#).



Σχήμα 2.33 Παράδειγμα ίχνους της τροχιάς Molniya για $\omega=270^\circ$ και εκκεντρότητα 0,75 (Πηγή: [Wikipedia](#))

Τροχιές Tundra



Σχήμα 2.34 Παράδειγμα ίχνους της τροχιάς Tundra για $\omega=270^\circ$ και εκκεντρότητα 0,25

Περίοδος (T)	24h
Αστρική μέρα	23h 56min 4sec
Μεγάλος ημιάξονας (a)	42.164Km
Έγκλιση (i)	$63,44^\circ$
Εκκεντρότητα (e)	0,25 έως 0,40
Ύψος περιγείου (h_p) (π.χ. $e=0.25$)	$a(1-e)-R_E$ (25.231km)
Ύψος απογείου (h_a) (π.χ. $e=0.25$)	$a(1+e)-R_E$ (46.340km)

Πίνακας 2.9 Οι παράμετροι της τροχιάς Tundra

Συνοψίζοντας, τα κυριότερα αίτια ή δυνάμεις των παρεκκλίσεων ή διαταράξεων των δορυφόρων από την τροχιά τους είναι:

- Η συνεισφορά των μη σφαιρικών συνιστωσών της γήινης έλξη, λόγω της ασυμμετρίας του γήινου βαρυτικού δυναμικού.
- Η έλξη του Ήλιου και της Σελήνης.
- Η πίεση της ηλιακής ακτινοβολίας, η οποία προκαλεί επιτάχυνση ανάλογη της φαινόμενης επιφάνειας του δορυφόρου, που με τη σειρά της, προκαλεί τροποποίηση της εκκεντρότητας της τροχιάς.
- Η αεροδυναμική οπισθέλκουσα, η οποία είναι η δύναμη αντίθετα στο διάνυσμα της ταχύτητας λόγω ατμοσφαιρικής τριβής.
- Η ώθηση των κινητήρων του δορυφόρου.

Αποτέλεσμα όλων των παραπάνω είναι ότι τελικά οι τροχιακές παράμετροι δεν είναι πλέον σταθερές, όπως στις Κεπλεριανές τροχιές.